# COMPTES RENDUS
## DES SÉANCES
# DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

### SÉANCE DU LUNDI 27 AVRIL 1874.

PRÉSIDENCE DE M. BERTRAND.

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
### DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ÉLECTROCHIMIE. — *Quatrième Mémoire sur la dynamique chimique;* par M. Becquerel. (Extrait.)

« Le nouveau Mémoire que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie sur la dynamique chimique a pour but de faire connaître non-seulement le mode d'évolution des éléments des corps qui se combinent ensemble, mais encore l'intensité des forces ou affinités en vertu desquelles s'opèrent les combinaisons, du moins leurs rapports réciproques.

» On conçoit que les effets de réduction et autres, qui ont lieu dans les espaces capillaires, rentrent dans le domaine de la dynamique chimique, puisqu'ils sont dus à des actions électrocapillaires, en vertu desquelles les parties constituantes des corps sont séparées, en exécutant certaines évolutions, pour former de nouvelles combinaisons ; tel est le principe dont je cherche à déduire toutes les conséquences.

» On emploie diverses méthodes pour déterminer les forces électromotrices et par suite les rapports entre les affinités de deux dissolutions qui réagissent l'une sur l'autre et celle d'une dissolution sur un gaz

adhérant à une surface métallique (1). M. Ed. Becquerel a fait une étude approfondie des moyens à employer pour déterminer les forces électromotrices. La méthode dont il a fait d'abord usage consiste à employer la balance électromagnétique avec des bobines de résistance, afin que celle-ci soit sensiblement la même dans toutes les expériences, pourvu toutefois que l'on emploie de larges électrodes et des couples ayant une certaine étendue, atténuant ainsi au moment de l'observation, autant que possible, les effets de la polarisation. Mais ces conditions, qui sont excellentes dans les cas ordinaires, ne peuvent être remplies en opérant avec des tubes fêlés et de petites lames, les fissures n'ayant que quelques millièmes de millimètre d'ouverture; si l'on remplace les tubes fêlés par des diaphragmes poreux, le mélange des dissolutions se fait alors trop facilement pour qu'il y ait seulement simple contact pendant la durée des expériences. En outre, cette méthode, qui est surtout applicable aux effets des couples constants d'intensité, est d'une application très-difficile, quand une polarisation se produit dans le circuit : tel est le cas des effets que j'ai eu à étudier.

» J'ai donc préféré me servir de la méthode d'expérimentation, dite *par opposition*, qui est la plus simple et la plus exacte, en employant la pile thermo-électrique, imaginée par M. Ed. Becquerel et dont j'ai donné la description dans le Mémoire; d'après cette méthode et avec des précautions nécessaires, on annule le contre-courant dû à la polarisation des lames qui plongent dans les dissolutions; en outre, les résultats obtenus ainsi ne sont pas soumis aux variations dues aux couples hydro-électriques que j'employais antérieurement : j'ai donc abandonné ces couples en raison des différences qu'ils présentaient,

» J'arrive maintenant aux expériences qui font l'objet de ce Mémoire, et dont les résultats mettent en évidence les évolutions qui sont produites entre les parties constituantes de deux dissolutions qui réagissent chimiquement l'une sur l'autre. On a cherché successivement, avec deux électrodes en or, la force électromotrice des deux dissolutions réagissant l'une sur l'autre, puis avec des électrodes à eau. Les couples à eau jouent un rôle important dans ces expériences; on les forme en plongeant dans chacune des dissolutions un tube fêlé, rempli d'eau distillée, contenant chacun une lame d'or ou de platine, selon que l'une d'elles est alcaline ou non. Les résultats obtenus sont tels que, si l'on opère avec des dissolutions de sels

---

(1) Voir les deux Mémoires de mon fils Edmond, principalement : *Annales du Conservatoire des Arts et Métiers*, t. I[er], p. 257, et *Annales de Chimie et de Physique*, t. LXVIII.

neutres, on n'observe aucun effet électrique ; dans les cas où il s'agit de combinaisons, on a un appoint de force électromotrice. Ces résultats montrent que la combinaison d'un acide avec un alcali ne s'opère pas, sous le rapport des évolutions des parties constitutives, comme la réaction d'une dissolution de sel neutre sur une autre dissolution de sel neutre. On a pris pour unité le centième de la force électromotrice du couple à sulfate de cadmium, qui est le plus constant de ceux que nous avons employés jusqu'ici.

» Voici les résultats obtenus, qui sont les moyennes d'un grand nombre de résultats :

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1[er] couple (électrodes d'or)... | $SO^3$, 6HO.<br>KO, 6HO. | 182,5 | |
| 2[e] couple (électrodes d'eau)... | $SO^3$, 6HO.<br>KO, 6HO. | 37,5 | |
| 3[e] couple (électrodes d'or)... | $SO^3$, 6HO.<br>Eau......<br>KO, 6HO. | 152,0 | |
| 4[e] couple (électrodes d'or)... | $SO^3$, 6HO.<br>Eau...... | 36,0 | 150 |
| 5[e] couple (électrodes d'or)... | KO, 6HO.<br>Eau...... | 114,0 | |

» De ces résultats on tire les conséquences suivantes : en retranchant de la force électromotrice du premier couple la somme des forces électromotrice des sommes 4 et 5, on devrait avoir zéro, tandis qu'on a une différence égale à 32, laquelle devrait être égale à la force électromotrice du deuxième, qui est ici de 37. La différence ne peut être attribuée qu'à des erreurs presque inévitables, dans des expériences aussi délicates que celles dont il est question. La différence 32 ne peut provenir que de la réaction de l'acide anhydre sur l'alcali anhydre.

» Passons aux résultats obtenus dans la combinaison de l'acide nitrique avec la potasse.

Forces électromotrices moyennes.

| | | |
|---|---|---|
| 1[er] couple... | $AzO^5$, 6HO..<br>KO, 6HO... | 374 |
| 2[e] couple... | $AzO^5$, 6HO..<br>KO, 6HO... | 85 |
| 3[e] couple... | $AzO^5$, 6HO..<br>Eau........<br>KO, 6HO... | 287 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 4^e couple... | $AzO^5, 6HO$.. / Eau........ | 172 | 286 |
| 5^e couple... | $KO, 6HO$... / Eau........ | 114 | |

» En faisant le même calcul que dans les expériences précédentes, c'est-à-dire en retranchant 286 de 374, on a une différence égale à 88, qui représente la force électromotrice provenant de la réaction de l'acide azotique anhydre sur la potasse également anhydre. La force électromotrice du deuxième couple devrait être égale à 88, mais elle n'en diffère que de 3; cette différence est dans les limites des erreurs qui peuvent être commises dans ces expériences.

» On voit donc, par ces résultats, que l'acide sulfurique et l'acide nitrique, en se combinant avec la potasse, renferment tous les trois 6 équivalents d'eau. La combinaison s'opère de la manière suivante, comme on l'a déjà indiqué dans le précédent Mémoire. Lorsque l'un des deux acides se combine avec la potasse, contenant, chacun, 6 équivalents d'eau, il s'opère des évolutions qui sont les mêmes que celles qui ont lieu dans le mélange de deux dissolutions de sels neutres, c'est-à-dire qu'une petite quantité d'acide sulfurique, par exemple, se porte d'abord sur une petite portion de l'eau unie à la potasse; de même qu'une petite partie de celle-ci se porte sur une petite partie de l'acide, de sorte que, pendant un temps excessivement court, ces trois corps sont en présence; et il s'opère une combinaison de deux hydrates et une autre de l'acide avec l'alcali non hydratés, qui reprend ensuite aux deux autres une portion de leur eau pour se mettre en équilibre d'hydratation. Il n'est guère possible d'expliquer autrement les évolutions qui ont lieu dans la combinaison d'un acide hydraté avec un alcali hydraté, en s'appuyant sur la détermination des forces électromotrices qui sont produites pendant les évolutions qui précèdent la combinaison.

» En augmentant les quantités d'eau, les résultats paraissent être les mêmes; les expériences faites avec $SO^3$, 12HO et KO, 12HO ont donné sensiblement les mêmes résultats, quant aux différences 32 et 88. On doit en conclure que dans la réaction d'une dissolution acide sur une dissolution alcaline, l'une et l'autre hydratées, il se produit des effets électriques résultant de trois combinaisons différentes, et que l'on ne peut reconnaître qu'en opérant comme on vient de l'indiquer. »

THERMOCHIMIE. — *Sur les mélanges réfrigérants.* Note de M. **Berthelot.**

« 1. Les recherches que j'ai présentées à l'Académie sur les hydrates cristallisés de l'acide sulfurique (*Comptes rendus*, t. LXVIII, p. 716), fournissent les données nécessaires pour calculer l'abaissement de température que ces hydrates développent, lorsqu'on les mélange avec de la neige ou de la glace pilée. Je crois utile d'entrer dans quelques détails à cet égard, ainsi que sur les mélanges réfrigérants en général.

» 2. L'effet thermique qui se produit lorsqu'on mélange de la neige avec l'acide sulfurique bihydraté cristallisé solide est la somme de trois effets, savoir : la fusion de cet acide, qui absorbe de la chaleur, la fusion de la glace, qui en absorbe également, enfin la combinaison des deux liquides, qui dégage de la chaleur. Soit, par exemple, 3 parties d'acide et 8 parties d'eau, c'est-à-dire en équivalents $SO^4H,HO$ (58 grammes), et $17HO$ (153 grammes) les deux corps solides, et pris à 0° :

| | Cal | |
|---|---|---|
| La fusion de $SO^4H,HO$ absorbe, d'après mes expériences....... | — 1,840 | |
| Celle de $17HO$ absorbe, d'après M. Desains, $0,715 \times 17$...... | —12,155 | —9,015 |
| L'union de $SO^4H,HO$ avec $17HO$ dégage (les deux corps liquides). | + 4,900 | |

» Telle est la quantité de chaleur absorbée par 211 grammes du mélange. Pour avoir l'abaissement de température, il suffit de diviser par le produit du poids du mélange et de sa chaleur spécifique, soit par

$$211 \times 0,813 = 171,5; \quad \text{on trouve ainsi} \quad -52^\circ,6.$$

» Si l'on opérait à une température initiale différente et avec des composants refroidis à l'avance, un calcul fondé sur la formule qui exprime la variation de la chaleur des réactions avec la température (*Annales de Chimie et de Physique*, 4e série, t. VI, p. 304) montre que la chaleur absorbée s'accroît de $U - V = -(0^{Cal},1715 - 0,089)$, soit $\frac{1}{110}$ environ pour chaque degré de moins dans la température initiale. En partant de — 20°, l'abaissement additionnel sera — 62°, etc.; il croît à mesure que la température initiale est plus basse, mais lentement.

» Si l'on employait le bihydrate sulfurique à l'état liquide à 0°, la chaleur absorbée serait seulement $-7^{Cal},155$, et l'abaissement — 42°; à partir de — 20°, il serait — 50°, ce qui amène la température finale à — 70°.

» Enfin le monohydrate sulfurique, $SO^4H$ liquide, en présence de $18HO$ solide, à partir de zéro, absorbera seulement $4^{Cal},025$, en produisant $-23^\circ,7$.

» Ces absorptions de chaleur et ces abaissements de température changent, on le voit, un peu avec la température initiale; les températures

finales seront donc d'autant plus basses que l'on partira d'un mélange déjà plus refroidi. La seule limite est le *point de congélation* du mélange d'eau et d'acide sulfurique ; or ce point est situé excessivement bas.

» 3. On trouve dans les auteurs que l'on peut obtenir un froid de $-32^\circ,5$ avec 3 parties de neige et 1 partie d'acide sulfurique liquide renfermant le cinquième de son poids d'eau additionnelle. Un mélange analogue, avec des matériaux refroidis préalablement à $-7$ degrés, abaisserait la température jusqu'à $-51$ degrés. Dès le XVIIIe siècle, le mercure a pu être congelé avec de semblables mélanges de neige et d'acide sulfurique dilué. MM. Is. Pierre et Puchot, dans des expériences récentes, ont obtenu seulement $-26$ degrés avec le mélange de 3 parties de bihydrate cristallisé, et de 8 parties de glace pilée.

» Tous ces nombres sont inférieurs à ceux de la théorie. Mais il convient d'observer que la chaleur se partage entre les substances mélangées et leurs enveloppes; le rayonnement entraîne des déperditions considérables. En outre, et ceci est la principale cause des différences observées, une partie de la glace demeure solide, et diminue proportionnellement le froid obtenu. La neige est préférable à la glace sous ce rapport.

» 4. C'est au moyen des mélanges d'acide nitrique dilué et de neige que l'on a surtout opéré au siècle dernier pour solidifier le mercure, problème qui a si fort préoccupé les chimistes d'autrefois. Voici le calcul relatif à l'un des mélanges les plus employés. Soit l'acide nitrique $AzO^6H + 3HO$, avec 2 fois son poids de neige ($10H^2O^2$); la chaleur absorbée à partir de $0^\circ$ est $-11^{Cal},000$; l'abaissement de température : $-56^\circ$.

» 5. En général, la production artificielle du froid repose sur l'un des trois artifices suivants, isolés ou réunis dans une même action :

» 1° Transformation d'un liquide ou d'un solide en gaz (vaporisation de l'éther, de l'acide sulfureux ; bicarbonate traité par un acide) ;

» 2° Liquéfaction d'un solide au contact d'un liquide (solution des sels) ou d'un autre solide (acide sulfurique cristallisé et glace ; glace et chlorure de calcium, etc.);

» 3° Réaction chimique opérée au sein d'un liquide, avec formation de substances dont la dissolution absorberait plus de chaleur que celle des composés primitifs (acétates alcalins dissous et acide tartrique dissous, d'après mes expériences) ; ou bien formation de corps qui se décomposent à mesure au sein de l'eau, tels que les sels des acides faibles (carbonate d'ammoniaque formé par le mélange d'un carbonate alcalin dissous et du sulfate ou de l'azotate d'ammoniaque dissous), les sels acides, etc.

» 6. Quelle que soit la réaction employée, l'abaissement de tempéra-

ture $t - t_1$ peut être calculé d'après la connaissance de la chaleur absorbée dans la réaction, $Q_t$, du poids des produits entre lesquels elle se répartit, $p, p'$, et de leurs chaleurs spécifiques, $c, c'$, respectives;

$$t - t_1 = \frac{Q_t}{\Sigma pc}.$$

» Cet abaissement change lentement avec la température initiale $t$, toutes les fois que $Q_t$ est considérable et que les chaleurs spécifiques peuvent être regardées comme constantes, ainsi que le montre la formule rappelée plus haut. D'ailleurs il est limité par les points de congélation des solutions salines, qui ne permettent pas d'abaisser indéfiniment la température.

» Observons qu'aucun système n'est susceptible de produire un refroidissement comparable à celui d'une masse liquide qui se transforme intégralement en gaz, comme il est facile de le reconnaître par le calcul. Par exemple, l'éther en se vaporisant produirait un abaissement théorique de −192 degrés; le sulfure de carbone, −530 degrés; l'ammoniaque liquéfiée, −460 degrés; le protoxyde d'azote, −440 degrés. Mais le refroidissement s'arrête bien au-dessous de ces termes purement virtuels, et cela dès que la tension de vapeur du liquide qui se change en gaz devient si faible, que le froid produit dans un temps donné est compensé par le rayonnement ambiant qui réchauffe le système. En fait, le froid produit par la vaporisation d'un liquide, même dans le vide, ne permet guère d'abaisser la température plus de 60 à 80° au-dessous du point d'ébullition de ce liquide sous la pression atmosphérique; on n'est parvenu à 100° que dans un seul cas jusqu'ici, celui de la congélation de l'eau dans le vide. Quoi qu'il en soit, ces chiffres, soit théoriques, soit pratiques, établissent qu'aucun procédé de refroidissement n'est comparable à la vaporisation; l'industrie est arrivée pratiquement au même résultat. Si je le rappelle ici, c'est pour montrer que les sources de froid dont nous disposons dans les gaz liquéfiés n'ont pas dit leur dernier mot. Par un emploi mieux dirigé des ressources que la théorie indique, on doit pouvoir aller beaucoup plus bas qu'on ne l'a fait jusqu'à présent, et approcher davantage de ce zéro absolu, que les doctrines actuelles semblent fixer vers −273 degrés. »

THERMOCHIMIE. — *Études et expériences sur les sulfures : sulfures alcalins;* par M. BERTHELOT.

« 1. L'acide sulfhydrique, de même que l'acide cyanhydrique, se distingue des hydracides proprement dits par le caractère de ses affinités pour

les divers oxydes. Tandis que les oxydes alcalins dégagent plus de chaleur que les oxydes métalliques en s'unissant avec l'acide chlorhydrique, aussi bien qu'avec les oxacides ordinaires; au contraire, les oxydes métalliques dégagent plus de chaleur que les oxydes alcalins en s'unissant avec l'acide sulfhydrique dissous. C'est ce que montrent les tableaux suivants, qui résultent de mes expériences (1) :

I. — *Sulfures.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| NaO ($1^{éq} = 2^{lit}$) + HS (dissous dans 8 litres) | ........... | + 3,85 | |
| AzH³ ($1^{éq} = 2^{lit}$) + HS » | ........... | + 3,1 | |
| BaO ($1^{éq} = 5^{lit}$) + HS » | ........... | + 3,9 | |
| MnO (précipité) + HS » | ........... | + 5,1 | (2) |
| FeO » + HS » | ........... | + 7,3 | (3) |
| ZnO » + HS » | ........... | + 9,6 | (4) |
| PbO » + HS » | ........... | +13,3 | (5) |
| CuO » + HS » | ........... | +15,8 | (6) |
| HgO » + HS » | ........... | +24,35 | (7) |
| AgO » + HS » | ........... | +27,9 | (8) |

(1) Voir mes *Recherches thermochimiques sur les sulfures* (*Comptes rendus*, t. LXXI, p. 303; 1870), où la question se trouve discutée d'après les anciennes observations. Il m'a paru nécessaire de la pousser plus avant, à l'aide d'expériences nouvelles.

(2) { MnCl($1^{éq}=4^{lit}$) + NaS ($1^{éq}=4^{lit}$) dégage. +2,90 tout d'abord, et peu à peu. +3,22
{ » +NaO » . +1,85 » . +1,93

Comme NaO (étendue) + HCl (étendu) dégage +13,69, on tire de là :

HCl ($1^{éq} = 8^{lit}$) + MnO (précipité) dégage......... +13,7 − 1,9 = 11,8
HS » + MnO » ......... + 3,85 + 3,22 − 1,93 = 5,14

{ C⁴H³MnO⁴ ($1^{éq}=4^{lit}$) + NaS ($1^{éq}=4^{lit}$) dégage... +3,16; après quelques minutes... +3,39
{ » +NaO » ... +2,08 » ... +2,26

Comme NaO (étendue) + C⁴H⁴O⁴ (étendu) dégage + 13,3, on tire de là :

C⁴H⁴O⁴ ($1^{éq} = 8^{lit}$) + MnO (précipité) dégage.... +13,3 − 2,3 = 11,00
HS » + MnO » .... + 3,85 + 3,39 − 2,26 = 5,0

(3) HS (dissous) + FeO (précipité) a été déduit de la réaction de NaS sur SO⁴Fe.

(4) { C⁴H³ZnO⁴ ($1^{éq} = 2^{lit}$) + HS ($1^{éq} = 10^{lit}$) dégage.... + 1,57; puis 1,81
{ » + NaO (étendue) » .... + 5,48

d'où C⁴H⁴O⁴ ($1^{éq} = 4^{lit}$) + ZnO (précipité)......... +13,3 − 5,5 = 7,8
HS ($1^{éq} = 12^{lit}$) + ZnO » ......... + 7,8 + 1,8 = 9,6

Le premier chiffre varie de 7,8 à 8,9 à mesure que la liqueur devient plus étendue, comme je l'ai prouvé ailleurs (*Annales de Chimie et de Physique*, 4ᵉ série, t. XXX, p. 191).

(5) à (8) Voir ces notes au bas de la page suivante.

II. — *Chlorures, azotates, acétates, sulfates.*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $NaO$ ($1^{éq}=2^{lit}$) | $+HCl$ ($1^{éq}=2^{lit}$) : 13,7 | $+AzO^6H$ ($1^{éq}=2^{lit}$) : 13,7 | $+C^4H^4O^4$ ($1^{éq}=2^{lit}$) : 13,3 | $+SO^4H$ ($1^{éq}=2^{lit}$) : 15,85 |
| $AzH^3$ | » » 12,45 | » 12,5 | » 12,0 | » 14,5 |
| $BaO$ ($1^{éq}=5^{lit}$) | » 13,85 | » 13,9 | » 13,5 | » (précipité) : 18,4 |
| $MnO$ précipité | $+HCl$ ($1^{éq}=4^{lit}$) : 11,8 | » .... | » ($1^{éq}=4^{lit}$) : 11,0 | » ($1^{éq}=4^{lit}$) : 13,5 |
| $FeO$ | » » 10,7 | » .... | » évalué à : 9,9 | » » 12,5 |
| $ZnO$ | » » 9,8 | » ($1^{éq}=4^{lit}$) : 9,8 | » trouvé : 7,85 | » » 11,7 |
| $PbO$ | » » très-étendu : 7,7 | » 7,7 | » » 6,6 | » (précipité) : 10,7 |
| » | » (PbCl cristallisé) : 9,7 | | | |
| $CuO$ | » $+HCl$ ($1^{éq}=4^{lit}$) : 7,5 | » 7,5 | » » 6,2 | » » 9,2 |
| $HgO$ | » » 9,45 | » .... | » » ..... | » » .... |
| $AgO$ | » » ..... | » 5,2 | » » ..... | » » .... |

» Remarquons ici que les mesures dans lesquelles interviennent des précipités amorphes (oxydes et sulfures métalliques) ne présentent pas le même degré de certitude que les mesures relatives aux corps solubles, à cause des changements graduels de la cohésion. Cependant ces variations ne sont pas assez étendues pour infirmer aucune de mes conclusions.

» Les deux tableaux manifestent tout d'abord l'excès de chaleur dégagée

---

(5) $C^4H^3PbO^4$ ($1^{éq}=2^{lit}$) $+ HS$ ($1^{éq}=10^{lit}$) dégage....... $+ 6,67$
$AzO^6Pb$ » $+ HS$ » ....... $+ 5,67$

J'ai trouvé d'ailleurs : $C^4H^4O^4$ (étendu) $+ PbO$ (précipité)....... $+ 6,6$
$AzO^6H$ » $+ PbO$ » ....... $+ 7,7$
$HCl$ (très-étendu) $+ PbO$ » ....... $+ 7,7$ environ.

On conclut de là : $HS$ ($1^{éq}=12^{lit}$) $+ PbO$ » ....... $+13,37$ et $13,3$

(6) $C^4H^3CuO^4$ ($1^{éq}=2^{lit}$) $+ HS$ ($1^{éq}=10^{lit}$)............ $+ 9,48$
$SO^4Cu$ » $+ HS$ » ............ $+ 6,58$
$SO^4Cu$ » $+ NaS$ ($1^{éq}=8^{lit}$)............ $+18,71$

D'ailleurs j'ai trouvé : $C^4H^4O^4$ (étendu) $+ CuO$ (précipité)...... $+ 6,2$
$SO^4H$ » $+ CuO$ » ...... $+ 9,2$
$SO^4H$ » $+ NaO$ (étendue) ..... $+15,9$

On conclut : $HS$ ($1^{éq}=12^{lit}$) $+ CuO$ (précipité) : $+15,68$; $+15,78$; $+15,86$.

| | |
|---|---|
| (7) $HgCl$ ($1^{éq}=4^{lit}$) $+HS$ ($1^{éq}=10^{lit}$) : $+14,80$ | $HgCy$ ($1^{éq}=4^{lit}$) $+HS$ ($1^{éq}=4^{lit}$) : $+ 8,93$ |
| $HCl$ (étendu) $+HgO$ (précipité) : $+ 9,46$ | $HCy$ (étendu) $+HgO$ (précipité) : $+15,48$ |
| d'où $HS$ (étendu) $+HgO$ (précipité) 24,26 | 24,41 |

(8) $AzO^6Ag$ ($1^{éq}=2^{lit}$) $+ HS$ ($1^{éq}=2^{lit}$)............... $+22,7$
$AzO^6H$ (étendu) $+ AgO$ (précipité).............. $+ 5,2$

d'où $HS$ ($12^{lit}$) $+ AgO$ (précipité).............. $+27,9$
$AzO^6Ag$ ($1^{éq}=2^{lit}$) $+ NaS$ ($1^{éq}=4^{lit}$).............. $+32,49$

d'où $HS$ (étendu) $+ AgO$ (précipité).............. $+27,8$

dans la formation des chlorures, azotates, acétates, sulfates alcalins, au moyen des acides et des bases, par rapport aux sulfures alcalins, et l'excès inverse des sulfures métalliques : plomb, cuivre, argent, mercure, sur les sels solubles correspondants. Le manganèse et le fer se rapprochent des alcalis, tandis que le zinc forme le point de partage.

» De là résultent diverses conséquences d'une haute importance.

» 2. *Réactions des sulfures alcalins sur les sels métalliques.* — On voit tout d'abord que la réaction d'un sulfure alcalin soluble sur un sel métallique soluble donnera toujours lieu à un dégagement de chaleur : ce que montrent en effet les expériences citées. La réaction paraît donc nécessaire.

» 3. *Corps séparés de l'eau.* — A la vérité, les calculs précédents sont effectués sur les corps dissous, ce qui n'est pas tout à fait rigoureux. En effet, comme je l'ai montré dans mes *Recherches sur le partage d'une base entre plusieurs acides dans les dissolutions* (*Annales de Chimie et de Physique*, 4e série, t. XXX, p. 533, 538), les réactions qui s'opèrent dans les dissolutions sont réglées par la chaleur dégagée entre les corps séparés de l'eau, mais pris avec l'état réel de combinaison définie, sous lequel chacun d'eux séparément existerait au sein du même dissolvant : d'ailleurs les corps correspondants doivent être rapportés à un même état physique, et spécialement à l'état solide. A cette fin, j'ai donc mesuré la chaleur de formation dans l'état dissous et la chaleur de dissolution des principaux acétates, formiates, chlorures, azotates, etc., tant anhydres qu'hydratés; j'ai étudié spécialement, à ce point de vue, le sulfhydrate de sulfure d'ammonium $AzH^4S, HS$; c'est le seul sulfure alcalin que l'on puisse isoler d'une manière certaine à l'état anhydre et cristallisé (voir *Annales de Chimie et de Physique*, 4e série, t. XXX, p. 491). Les chaleurs de dissolution de ces corps ont été données (1) dans le présent Recueil (t. LXXVII, p. 26, *Sur la chaleur de combinaison rapportée à l'état solide*).

» D'après l'ensemble de ces données, que j'ai cru devoir rappeler afin de préciser les questions, il est facile de calculer la formation de la plupart des sulfures métalliques, au moyen de leurs composants solides (sauf cette réserve que les sulfures et oxydes précipités ont été assimilés aux corps anhydres, laquelle réserve ne paraît pas changer les conclusions, d'après les faits relatifs aux oxydes et sulfures de plomb, d'argent, d'anti

(1) J'y joindrai

| | |
|---|---|
| $C^2HMnO^4$ + eau (40 parties)........ | + 2,6 |
| $C^2HMnO^4, 2HO$.................... | — 1,4 |
| $C^4H^4O^4, AzH^3$ pur.................. | + 0,25 |

L'acétate d'ammoniaque n'avait jamais été isolé jusqu'ici.

moine, etc.). Or, dans tous les cas où le calcul a été praticable, j'ai trouvé qu'il fait prévoir les mêmes transformations que pour l'état dissous.

| | | | |
|---|---|---|---|
| $2C^4H^3ZnO^4 + AzH^3, H^2S^2 = C^4H^4O^4, AzH^3 + C^4H^4O^4$ (solide) | $+ 2ZnS$ | dégage... | $+17,9$ |
| $2C^4H^3CuO^4 +$ » | $+ 2CuS$ | » ... | $+25,9$ |
| $2C^4H^3PbO^4 +$ » | $+ 2PbS$ | » ... | $+19,2$ |

» L'action de l'eau et la décomposition partielle de l'acétate d'ammoniaque qu'elle détermine ne sauraient modifier ces prévisions, parce que l'acide acétique n'attaque pas les sulfures précédents.

» 4. *Action des acides sur les sulfures alcalins.* — Je distinguerai les acides forts et les acides faibles : soient d'abord les *acides forts*. La formation des *sulfures alcalins dissous*, depuis l'acide et la base, dégage beaucoup moins de chaleur, d'après les tableaux précédents, que celle des chlorures, sulfates, acétates, etc. Aussi les sulfures alcalins dissous sont-ils décomposés complétement, ou à peu près, par les acides chlorhydrique, sulfurique, acétique étendus; c'est ce que prouvent les mesures thermiques, d'après lesquelles la chaleur dégagée dans cette action est sensiblement égale à la différence des chaleurs de neutralisation des deux acides par la base alcaline.

» Pour préciser davantage ce qui se passe dans cette circonstance, je ferai observer que la solution d'un sulfure alcalin formé à équivalents égaux ne renferme pas, en réalité, l'acide et la base exactement combinés; mais la composition de la liqueur répond sensiblement à celle d'un sulfhydrate de sulfure, mêlé avec une proportion équivalente d'alcali libre (*Annales de Chimie et de Physique*, 4e série, t. XXX, p. 508) :

$$2NaS \text{ dissous} = NaHS^2 \text{ dissous} + NaHO^2 \text{ dissous},$$

comme le prouvent les mesures thermiques.

» En effet, on observe en réalité la chaleur dégagée dans la réaction

$$NaO \text{ dissous} + H^2S^2 \text{ dissous} = NaHS^2 \text{ dissous},$$

et elle ne varie pas par un excès de soude même considérable.

Le sulfhydrate de sulfure lui-même ne saurait être regardé comme un terme définitif d'équilibre; mais l'action de l'eau tend à le décomposer à son tour en alcali et acide libre, quoique la variation de la quantité combinée avec la proportion d'eau soit bien plus lente que pour le sulfure.

» Cela posé, un acide fort mis en présence d'un sulfure alcalin dissous s'unit d'abord à l'alcali libre, puis il décompose le sulfhydrate de sulfure. Je reviendrai sur ces deux termes successifs de la réaction, qui ne sont pas sans importance dans l'étude des sulfures métalliques.

» 5. *En l'absence de l'eau, la réaction des sulfures alcalins sur les acides*

*forts,* donne lieu à des phénomènes pareils et également prévus par la théorie. En effet le sulfhydrate, $AzH^3, H^2S^2$, est décomposé complétement par les acides chlorhydrique, acétique, formique gazeux. Or voici la chaleur dégagée dans la formation des sels solides correspondants, chacun depuis ses deux composants gazeux :

$AzH^3 + H^2S^2 = AzH^3, H^2S^2$ dégage........ $+23,0$
$AzH^3 + HCl = AzH^3, HCl$ » ........ $+42,6$
$AzH^3 + C^2H^2O^4 = AzH^3, C^2H^2O^4$ » ........ $+29,3$
$AzH^3 + C^4H^4O^4 = AzH^3, C^4H^4O^4$ » ........ $+27,1$

La formation du premier sel répond donc à un dégagement de chaleur bien moindre que les autres.

» 6. *Acides faibles et sulfures alcalins.* — Les déductions que je viens de présenter ne sont rigoureusement vraies que pour les acides qui forment des sels stables, spécialement en présence de l'eau. S'agit-il, au contraire, d'acides faibles, comparables à l'acide sulfhydrique et formant de même des sels en partie décomposables par l'eau, tels que les acides carbonique, cyanhydrique (1), etc., il se produira dans les liqueurs un certain partage de la base entre l'acide sulfhydrique et l'acide antagoniste; attendu que la dissolution du sulfure alcalin doit être regardée en réalité comme renfermant à la fois un sulfhydrate réel, de l'acide sulfhydrique et de l'alcali libre : ce dernier sera pris par le nouvel acide, dans la proportion qui répond à la stabilité du sel correspondant; mais l'alcali libre ainsi éliminé se reproduira en partie par une décomposition consécutive du sulfhydrate alcalin, qui tend à reprendre son équilibre primitif en présence de l'eau : de là résultera une nouvelle proportion du second sel, et ces actions continueront jusqu'à ce qu'il se soit produit dans la liqueur un certain équilibre entre le sulfhydrate, le nouveau sel, d'une part, et d'autre part l'eau et les portions des deux acides et de la base demeurées libres. Le thermomètre traduit, en effet, ces partages prévus par la théorie. Mais si l'on élimine l'un des acides sous la forme gazeuse ou autrement, tandis que l'on fait réagir une proportion croissante de l'autre acide, la formation du sel de ce dernier acide deviendra de plus en plus dominante, et même à la fin il restera seul dans les liqueurs. Ces conclusions, déduites de la théorie des acides faibles, sont exactement conformes aux observations qui ont été faites sur les déplacements réciproques de l'hydrogène sulfuré par un excès d'acide carbonique dans les sulfures alcalins et de l'acide carbonique par un excès d'hydrogène sulfuré dans les carbonates alcalins. »

(1) L'acide acétique est à la limite, les acétates alcalins éprouvant de la part de l'eau une légère décomposition.

ALGÈBRE. — *Sur les faisceaux de formes quadratiques et bilinéaires;* Note de M. KRONECKER.

« J'ai l'honneur d'offrir à l'Académie mes Mémoires *sur les faisceaux de formes quadratiques et bilinéaires.* Il résulte des développements contenus dans ces Mémoires, à la fin desquels cette conclusion se trouve d'ailleurs indiquée, que dans le Mémoire de M. Jordan *sur les formes bilinéaires* (*Journal de M. Liouville*, 2e série, t. XIX, p. 35-54), la solution du premier problème n'est pas véritablement nouvelle; la solution du deuxième est manquée, et celle du troisième n'est pas suffisamment établie. Ajoutons qu'en réalité ce troisième problème embrasse les deux autres comme cas particuliers, et que sa solution complète résulte du travail de M. Weierstrass de 1868, et se déduit aussi de mes additions à ce travail. Il y a donc, si je ne me trompe, de sérieux motifs pour contester à M. Jordan l'invention première de ses résultats, en tant qu'ils sont corrects; mais ce n'est pas là l'intention qui m'a guidé dans l'examen auquel, dans le cours des miens, j'ai soumis les travaux analogues de M. Jordan. J'ai été entraîné dans cette voie par le désir de reconnaître la véritable portée des méthodes dont il s'est servi et des résultats auxquels il est parvenu, et d'en éclaircir les rapports avec les méthodes et les résultats antérieurs, et ce n'est pas une question de priorité, mais une question d'analyse, que je me suis proposé d'élucider par mes remarques. Croyant d'ailleurs qu'elles servent à me justifier, si dorénavant je me dispense de revenir sur les publications de M. Jordan relatives à ce sujet, je vais en peu de mots indiquer les principes à l'aide desquels j'ai traité la théorie des faisceaux de formes quadratiques et qui peuvent être appliqués directement à une question de transformation des formes bilinéaires, que j'ai déjà abordée en 1866. C'est par ces moyens, en effet, que j'ai trouvé qu'en opérant la même substitution linéaire sur les deux séries de variables, tout polynôme bilinéaire peut être transformé en une somme de fonctions de l'une des formes suivantes :

$$\text{I.}\quad (-1)^n \sum_h x_h y_{h+1} + \sum_h (-1)^h y_h x_{h+1} + x_n y_n \qquad (h = 0, 1, \ldots, n-1),$$

$$\text{II.}\quad \pm \sum_h x_h y_{h+1} + \sum_h (-1)^h y_h x_{h+1} \qquad (h = 0, 1, \ldots, 2m-2),$$

$$\text{III.}\quad a \sum_h x_h y_{h+1} + b \sum_h y_h x_{h+1} \qquad (a^2 \gtrless b^2),\ (h = 0, 1, \ldots, n-1).$$

Ces trois fonctions ne sont plus décomposables d'une manière analogue

et c'est pourquoi je les désigne comme *formes élémentaires*. L'un des deux coefficients $a$, $b$ peut toujours être pris égal à l'unité; l'autre est alors différent de $\pm 1$, et il peut être pris égal à zéro si $n$ est un nombre pair.

» En appliquant les notions de l'Arithmétique à l'Algèbre, on peut appeler *équivalentes* deux formes bilinéaires, dont l'une peut être transformée en l'autre par une même substitution, opérée sur les deux systèmes de variables, et ensuite on peut réunir en une même *classe* toutes les formes équivalentes. Cela posé, on voit que toute forme bilinéaire est équivalente à une somme de formes élémentaires, et que par conséquent toute classe peut être décomposée, pour ainsi dire, en *classes élémentaires*.

» Pour que deux formes bilinéaires $\varphi(x, y)$ et $\psi(x, y)$ appartiennent à une même classe, il faut et il suffit que les deux faisceaux formés des deux paires de fonctions conjuguées

$$u\varphi(x,y) + v\varphi(y,x), \quad u\psi(x,y) + v\psi(y,x)$$

soient équivalents. C'est de cette manière qu'un certain faisceau de formes est lié avec chaque forme bilinéaire, et si l'on désigne par $F_1$, $F_2$, $F_3$ respectivement les faisceaux qui appartiennent aux formes élémentaires I, II, III et par $D_1$, $D_2$, $D_3$ leurs déterminants, on a

$$D_1 = [u + (-1)^n v]^{n+1},$$
$$D_2 = (u \pm v)^{2m},$$
$$D_3 = (au + bv)^m (av + bu)^m, \quad n+1 \text{ étant égal à } 2m,$$
$$D_3 = 0, \quad n+1 \text{ étant un nombre impair.}$$

Les faisceaux $F_1$ sont eux-mêmes élémentaires, mais chacun des faisceaux $F_2$ et $F_3$ est décomposable en deux faisceaux élémentaires du même nombre de variables. »

MÉCANIQUE. — *Note sur la décomposition du travail des forces;* par M. A. Ledieu.

§ I. — Exposé du sujet.

« Nos recherches sur la Thermodynamique nous ayant conduit à prendre connaissance des Mémoires récemment publiés sur l'équilibre et le mouvement des systèmes matériels, nous avons en particulier étudié une Communication de M. de Saint-Venant, insérée aux nos 23 et 24 du tome LXXV des *Comptes rendus*, et ayant trait à la démonstration de deux

théorèmes nouveaux établis par M. Lucas, pour le partage de la force vive et du travail dus aux petits mouvements composés vibratoires des points d'un système matériel, en les quantités de même espèce dues aux mouvements pendulaires rectilignes composants.

» Or la Note de l'éminent académicien renferme (p. 1427) le passage suivant :

« Quant au théorème de l'égalité du travail produit par un mouvement composé, à la somme des travaux dus aux mouvements composants, il était connu sans doute, et il est même évident lorsque les forces en jeu *restent constantes* de grandeur et de direction pendant qu'elles opèrent les travaux; car l'espace parcouru, regardé comme *résultant* de plusieurs autres, a pour projection, sur la direction de chaque force, la somme algébrique des projections de ceux-ci; mais il n'est ni évident, ni même vrai en général, quand les forces varient d'un instant à l'autre, comme font les forces intérieures en s'exerçant réciproquement entre les points d'un système vibrant. »

» Cette rédaction, lue attentivement, laisse du doute dans l'esprit sur la portée précise que l'auteur a voulu donner à sa pensée. Comme il s'agit ici d'une question importante de Dynamique, je crois utile de récapituler les principales propositions auxquelles donne lieu la décomposition du travail des forces, et qui ne se trouvent dans aucun ouvrage de Mécanique. Bien que plusieurs des développements qui vont suivre puissent paraître d'une simplicité oiseuse, je n'ai pas cru devoir les omettre; car *la position de la question* a besoin d'être nette et explicite.

» Le sujet comporte plusieurs cas distincts, savoir :

» 1° Comparaison du travail d'une *force quelconque* relatif au mouvement total d'un point matériel, avec la somme des travaux de cette *même force* relatifs respectivement aux mouvements partiels provenant d'une décomposition du mouvement total, la force quelconque pouvant d'ailleurs être considérée comme une des composantes *arbitraires* de la résultante de toutes les actions appliquées au point.

» 2° Comparaison du travail de la *force unique capable d'engendrer* le mouvement total d'un point matériel, avec la somme des travaux des *forces uniques* DISTINCTES *capables d'engendrer* respectivement les mouvements partiels provenant d'une décomposition du mouvement total.

» 3° Extension des deux comparaisons précédentes au cas où l'on considère l'ensemble des points d'un système matériel.

» 4° Comparaison du travail d'une force résultante relatif au mouvement d'un point matériel le long d'une trajectoire donnée, avec la somme des travaux des composantes.

» Ce dernier cas est le seul sur le compte duquel on trouve quelques indications dans les Traités de Mécanique. Nous ne nous en occuperons pas dans cette Note, attendu qu'il est beaucoup moins intéressant que les autres cas, et que d'ailleurs tout ce qui le concerne peut se ramener au premier. Il suffit, à cet effet, de regarder, dans le premier cas, les différentielles successives du mouvement composé du point comme une certaine fraction infinitésimale d'une force résultante, et les différentielles des mouvements composants comme la même fraction infinitésimale de forces composantes. En même temps, on regarde les directions successives de la force unique considérée dans ce même premier cas comme représentant les directions des éléments de la trajectoire unique du point matériel dans le quatrième cas, et ces éléments eux-mêmes comme proportionnels aux intensités successives de ladite force unique multipliées par les valeurs correspondantes de la fraction infinitésimale sus-mentionnée.

» Cela dit, nous nous proposons d'examiner quelles sont les conditions pour qu'il y ait égalité, dans les cas 1°, 2° et 3°, entre le travail relatif au mouvement composé et la somme des travaux relatifs aux mouvements composants. Il importe, au préalable, de bien spécifier la décomposition du mouvement total d'un point.

### § II. — De la décomposition du mouvement total d'un point.

» Soient :

S l'expression générale de l'arc de la trajectoire relative au mouvement total du point;

$s$, $s'$, $s''$, ... les expressions générales des arcs des trajectoires relatives aux N mouvements composants dans lesquels on se propose de décomposer le mouvement total.

» Il y a, pour toute trajectoire composante à considérer les trois éléments suivants : la nature de la courbe, la position par rapport à S et le mode de parcours.

» La position de chaque trajectoire composante par rapport à S dépend d'abord du point de la trajectoire qui doit correspondre à un point déterminé de l'arc S, puis de l'angle considéré en grandeur et en orientation, que font les tangentes aux deux courbes menées par les points en question.

» De son côté, le mode de parcours s'entend de la relation qui existe entre les longueurs des arcs différentiels successifs décrits simultanément sur toutes les trajectoires, étant d'ailleurs donnés les points de ces lignes

correspondant respectivement au commencement des arcs différentiels d'une même série.

» En général, on peut choisir arbitrairement les trois éléments de $(N-1)$ des trajectoires composantes; et alors la $N^{ième}$ trajectoire aura les trois siens déterminés.

» En effet, on est d'abord libre de supposer que l'arc S du mouvement total, ainsi que les $(N-1)$ arcs composants, $s$, $s'$, $s''$,..., choisis arbitrairement, passent par le centre des coordonnées, de façon, d'ailleurs, que les points arbitraires respectifs d'une même série qui doivent se correspondre à un moment donné sur tous les arcs se confondent avec ce centre.

» Divisons, à partir de l'origine des coordonnées, l'arc S ainsi que les $(N-1)$ arcs composants dont il s'agit en une suite d'arcs différentiels arbitraires $dS_1$, $dS_2$, $dS_3$,...; $ds_1$, $ds_2$, $ds_3$,...; $ds'_1$, $ds'_2$, $ds'_3$,...; $ds''_1$, $ds''_2$, $ds''_3$,.... Les premiers arcs différentiels $dS_1$, $ds_1$, $ds'_1$, $ds''_1$,..., combinés ensemble, suivant la règle de la composition des vitesses, donneront un polygone non fermé, et en général gauche. Le côté, déterminé de grandeur et de direction, qu'on mènera pour fermer ce polygone, représentera évidemment le premier arc différentiel de la $N^{ième}$ trajectoire composante. En combinant, suivant la même règle, à partir de l'extrémité de $dS_1$ et avec le second élément $dS_2$ de l'arc de la trajectoire totale S, les seconds arcs différentiels $ds_2$, $ds'_2$, $ds''_2$,..., transportés parallèlement à eux-mêmes, nous obtiendrons un second arc différentiel de la $N^{ième}$ trajectoire résultante, qu'il faudra ramener parallèlement à lui-même au bout du premier arc différentiel de cette trajectoire, et ainsi de suite.

» La décomposition d'un mouvement total offre quelques cas importants; nous nous bornerons à citer le suivant :

» Il arrive souvent, en Physique mathématique, qu'un très-petit mouvement vibratoire compliqué peut être décomposé en N mouvements rectilignes pendulaires, ayant chacun un mode de parcours déterminé, lequel caractérise dès lors l'amplitude, la durée et la loi de la période vibratoire propres à chaque mouvement, et enfin la corrélation entre les phases identiques des diverses périodes. La petitesse d'étendue des mouvements ne préjuge rien, du reste, sur la grandeur des vitesses qui peuvent, en principe, prendre des valeurs quelconques.

» Ce cas, comparé au cas général, peut se formuler ainsi :

» Si le mouvement total d'un point consiste en une très-petite vibration, et que les $(N-1)$ trajectoires composantes arbitraires soient des droites, il est des circonstances où l'on peut se donner le mode de parcours de ces

lignes, de telle façon que la N$^{ième}$ trajectoire soit pareillement une ligne droite.

» La décomposition dont il s'agit résulte d'une série d'équations liées intimement au régime mécanique du système matériel dont fait partie le point considéré.

» Aussi plusieurs géomètres sont-ils portés à considérer les mouvements composants de cette espèce comme des mouvements qui, s'imposant en quelque sorte, sont d'une nature différente des mouvements composants de notre cas général. Ils proposeraient dès lors de donner à ces derniers le nom de *mouvements projetés*, pour les distinguer de ceux dont il s'agit, et pour lesquels ils réserveraient l'appellation de *mouvements composants proprement dits*.

» Cette manière de voir ne nous semble pas plausible; le mouvement définitif d'un point se réduit toujours à une *trajectoire unique*, et toute décomposition de cette ligne, qu'elle soit entièrement arbitraire, ou qu'elle résulte d'une série d'équations qui se présentent naturellement, ne saurait jamais donner lieu qu'à des trajectoires *fictives*, entre lesquelles il n'y a au fond aucune distinction à établir.

» Toutefois, il y a en faveur de l'opinion que nous combattons cette circonstance, qu'en musique l'oreille perçoit un plus ou moins grand nombre des sons simples qui accompagnent le mouvement vibratoire général d'un ou plusieurs instruments. Or, au premier abord, cela semblerait indiquer que les mouvements simples correspondant auxdits sons ont une existence réelle et propre. Mais, comme l'a fait observer avec raison M. Bourget dans ses importantes recherches sur le mouvement vibratoire des membranes, l'effet dont il s'agit provient d'une sorte de parallélisme organique.

» Quand une membrane vibre, elle rend toujours une infinité de sons. Si le son fondamental est *bas*, les sons simultanés qu'elle fait entendre forment une série discontinue; mais, *à partir de l'octave du son fondamental*, ils sont très-rapprochés, et deviennent bientôt si voisins, que tout son émis se trouve sensiblement à l'unisson de l'un de ceux de la membrane. La membrane du tympan, toujours humide, doit avoir un son fondamental *très-bas*, et par suite vibrer à l'unisson d'un son quelconque extérieur, *quand il n'est pas trop bas*. Les sons musicaux satisfont à cette condition, et se trouvent dans la région où les harmoniques de la membrane du tympan sont très-rapprochés. Donc cette membrane doit rendre tous les sons musicaux qui lui arrivent simultanément; ces sons se trouvent ainsi

transmis à l'air de l'oreille moyenne, et viennent impressionner le nerf auditif dans l'oreille interne. Mais ce nerf présente comme une *harpe* de filaments nombreux et juxtaposés. N'y a-t-il pas lieu d'admettre que les fonctions de ces filaments sont distinctes, et que chacun d'eux est comme un *résonnateur* ne pouvant être impressionné que par un mouvement vibratoire d'un nombre déterminé de vibrations, et par suite ne pouvant rendre qu'un son? Cela expliquerait pourquoi l'oreille éprouve la sensation à la fois *simultanée* et *isolée* des divers sons composants de toute onde sonore totale venant l'actionner, ou du moins de ceux de ces sons qui ne se trouvent pas masqués par le son *le plus intense* perçu.

» De cette discussion, à laquelle du reste nous n'attachons qu'une importance secondaire, et de la remarque que la question des sensations est encore si obscure qu'on ne saurait légitimement l'invoquer pour apprécier des circonstances purement mathématiques, nous conclurons que les phénomènes de l'espèce de ceux que nous venons d'examiner ne sauraient fournir aucune preuve en faveur de la *pseudo-réalité* des mouvements composants de l'espèce sus-mentionnée.

§ III. — Égalité entre le travail d'une force déterminée relatif au mouvement total d'un point et la somme des travaux de cette même force relatifs aux mouvements composants.

» Examinons actuellement le premier des cas mentionnés au § I, de la décomposition du travail des forces :

» Soit P une force quelconque ayant une intensité et une direction variables suivant une loi arbitraire, cette intensité et cette direction ayant d'ailleurs la même valeur pour les arcs différentiels d'une même série se correspondant sur la trajectoire totale et sur les trajectoires composantes.

» Pour une quelconque de ces séries d'arcs, il viendra évidemment

$$\begin{aligned} &P_1\, dS_1 \cos(S_1, P_1) \\ &\quad = P_1\, ds_1 \cos(s_1, P_1) + P_1\, ds'_1 \cos(s'_1, P_1) + P_1\, ds''_1 \cos(s''_1, P_1) + \ldots, \end{aligned}$$

d'où l'on tire manifestement la relation générale suivante :

$$\begin{aligned} &\int P\, dS \cos(S, P) \\ &\quad = \int P\, ds \cos(s, P) + \int P\, ds' \cos(s', P) + \int ds'' \cos(s'', P) + \ldots, \end{aligned}$$

chaque intégrale correspondant à toute l'étendue considérée de l'arc auquel elle se rapporte.

» Quand la force est *constante d'intensité et de direction*, l'équation précédente est évidemment applicable. En d'autres termes, la double constance dont il s'agit est une condition *suffisante* pour la vérité de cette équation, mais non une condition *nécessaire*. Seulement, il est intéressant de remarquer que, dans cette hypothèse particulière, la somme des travaux élémentaires relatifs à une quelconque des trajectoires, aussi bien à l'une des composantes qu'à la résultante, est visiblement égale au travail relatif à la corde de l'arc de trajectoire décrit.

§ IV. — COMPARAISON ENTRE LE TRAVAIL RELATIF AU MOUVEMENT TOTAL D'UN POINT, OPÉRÉ PAR LA FORCE GÉNÉRATRICE DE CE MOUVEMENT, ET LA SOMME DES TRAVAUX RELATIFS AUX MOUVEMENTS COMPOSANTS, OPÉRÉS PAR LES FORCES GÉNÉRATRICES DE CES DERNIERS MOUVEMENTS.

» Considérons maintenant le cas où il s'agit de comparer, dans un mouvement composé et dans des mouvements composants, les travaux dus aux forces respectivement capables d'engendrer ces mouvements.

» On a un exemple très-simple de ce cas dans la décomposition du mouvement quelconque d'un point matériel en trois autres rectilignes et de plus *rectangulaires* entre eux, et qu'on peut supposer confondus avec les trois axes des $x$, des $y$ et des $z$. En pareille hypothèse, on a, à chaque instant, d'après une proposition élémentaire de Dynamique,

$$\mathrm{P}\cos(x,\mathrm{P}) = \frac{m\,d^2x}{dt^2},\quad \mathrm{P}\cos(y,\mathrm{P}) = \frac{m\,d^2y}{dt^2},\quad \mathrm{P}\cos(z,\mathrm{P}) = \frac{m\,d^2z}{dt^2},$$

en désignant par P la force génératrice du mouvement total, et par $m$ la masse du point matériel.

» Or les quantités $m\frac{d^2x}{dt^2}$, $m\frac{d^2y}{dt^2}$, $m\frac{d^2z}{dt^2}$ ne sont autres que les forces capables de donner au point matériel les mouvements composants voulus le long de l'axe des $x$, des $y$, des $z$.

» Mais il vient, d'après le § III,

$$\begin{aligned}&\int \mathrm{P}\,d\mathrm{S}\cos(\mathrm{S},\mathrm{P})\\ &\qquad = \int \mathrm{P}\,dx\cos(x,\mathrm{P}) + \int \mathrm{P}\,dy\cos(y,\mathrm{P}) + \int \mathrm{P}\,dz\cos(z,\mathrm{P}).\end{aligned}$$

Puis, en vertu des égalités ci-dessus, on a

$$\int \mathrm{P}\,d\mathrm{S}\cos(\mathrm{S},\mathrm{P}) = \int m\frac{d^2x}{dt^2}\,dx + \int m\frac{d^2y}{dt^2}\,dy + \int m\frac{d^2z}{dt}\,dz.$$

» Donc ici *le travail relatif au mouvement total, opéré par la force capable d'engendrer ce mouvement, est égal à la somme des travaux relatifs aux mou-*

*vements composants, opérés par les forces génératrices respectives de ces derniers mouvements.*

» Lorsque les mouvements rectilignes composants ne sont plus rectangulaires entre eux, ce théorème n'est évidemment plus vrai.

» Le cas que nous venons de traiter rentre dans un cas beaucoup plus général, que le défaut d'espace nous empêche de donner. Mais, en principe, on voit aisément que la *constance* de l'intensité et de la direction des forces n'est pas appelée à jouer un rôle particulier dans les questions de l'espèce dont il s'agit.

» L'égalité entre le travail de la force génératrice du mouvement résultant et la somme des travaux des forces génératrices des mouvements composants, dans les cas que nous venons de mentionner, correspond à l'hypothèse de conditions *suffisantes*, mais non *nécessaires*. Aussi peut-on rencontrer beaucoup d'autres cas où cette égalité se trouve réalisée.

» En tout état de cause, quand elle a lieu pour une série de points matériels pris isolément, elle subsiste *à fortiori* pour l'ensemble de ces points.

» Toutefois, c'est encore là une condition *suffisante*, mais *non nécessaire*. Aussi peut-il arriver que l'égalité en question ne se présente que pour l'ensemble des points d'un système, et cesse d'exister pour chacun d'eux en particulier. Nous trouvons précisément cette combinaison dans le théorème de M. Lucas, relatif au travail des forces dans un système matériel satisfaisant à de certaines conditions.

§ V. — Énoncé rigoureux du théorème de M. Lucas, relatif au partage du travail des forces dans un système matériel vibrant.

» A notre sens, ce théorème n'est pas assez explicitement énoncé dans la Communication sus-mentionnée de M. de Saint-Venant. Les termes de « *travail dû à un mouvement composé et à des travaux dus aux mouvements composants* prêtent certainement à diverses interprétations. De son côté, M. Lucas a employé, dans son Mémoire, pour énoncer son théorème, les expressions, qui lui sont propres, « *de travail morphique relatif au mouvement total, et de travaux morphiques relatifs aux mouvements composants.* » Mais ces néologismes ont besoin d'une définition un peu développée pour être bien compris. Dès lors, pour s'en tenir au langage usuel, et ne laisser aucune ambiguïté dans l'esprit, il nous semble que le théorème en question doit être exprimé ainsi :

» *Soit un système de* N *points matériels libres exclusivement soumis à des*

*actions tant extérieures qu'intérieures ayant un potentiel, et pour lequel d'ailleurs les combinaisons de masses et de forces assurent la stabilité de l'équilibre du système. Admettons qu'on vienne à donner un déplacement très-petit à chacun des* N *points du système, en les abandonnant ensuite à eux-mêmes avec une vitesse déterminée quelconque:*

» 1° *Le mouvement total de chaque point sera décomposable en* 3 N *mouvements rectilignes pendulaires, ayant lieu suivant autant d'axes distincts, avec des amplitudes et des périodes respectives déterminées et différentes; les* 3 N *périodes différentes dont il s'agit étant du reste égales chacune à chacune pour tous les points du système.*

2° *Pour un laps de temps quelconque, la somme des travaux relatifs aux* N *mouvements totaux de tous les points, opérés respectivement par les forces* génératrices *de ces mouvements, sera égale à la somme des travaux relatifs aux* $3\,\mathrm{N}^2$ *mouvements composants, opérés respectivement par les* forces génératrices *de ces derniers mouvements.*

» 3° *Dans le cas où les forces extérieures sollicitant les points du système auraient leurs sommes de composantes, pour tout le système, constamment nulles dans les directions des trois axes coordonnés, ce qui précède serait encore applicable, sous la réserve qu'au lieu de* 3 N *mouvements rectilignes composants pour chaque point, il n'y en aurait plus que* 3 (N — 1). »

## MÉMOIRES LUS.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *La production de la gomme dans les arbres fruitiers considérée comme phénomène pathologique;* par M. **Ed. Prillieux.**

(Renvoi à la section de Botanique.)

« La production de la gomme par les arbres fruitiers dépérissants est un phénomène trop répandu, et qui paraît exercer sur la vie des arbres une trop funeste influence, pour n'avoir pas attiré depuis longtemps l'attention des horticulteurs et des naturalistes; mais il a été apprécié de façons fort différentes.

» Du Hamel du Monceau admettait que la gomme cause, en s'introduisant dans les vaisseaux, des obstructions dangereuses pour la vie des arbres. Meyen soutint, au contraire, que l'écoulement de la gomme n'est pas une maladie, qu'il n'est qu'un symptôme de maladie, qui indique seulement un arrêt dans le cours et l'emploi du suc nutritif.

» Plusieurs savants éminents ont émis depuis des opinions analogues. La croyance à l'innocuité de l'écoulement de la gomme a été admise par des observateurs qui ont, du reste, professé des vues différentes touchant le mode de production de cette matière, et inversement, d'autres auteurs, tels que MM. Wigand et Frank, par exemple, qui sont presque entièrement d'accord en ce qui touche la formation de la gomme, se sont séparés l'un de l'autre, en ce que le premier regarde la production de cette substance comme ne pouvant guère exercer d'action nuisible sur la vie de l'arbre, tandis que le second pense qu'elle lui cause un tort véritable.

» L'étude que j'ai faite, dans un précédent Mémoire, des phénomènes qui accompagnent la formation de la gomme dans les tissus, me permettra de décider aujourd'hui entre ces diverses opinions, et d'établir que l'écoulement de la gomme constitue une véritable maladie que je désignerai ici sous le nom de *gommose*.

» Quand la gommose se déclare, la gomme apparaît dans des lacunes qui se creusent dans la zone cambiale, au milieu des jeunes tissus; cette apparition de la gomme est accompagnée de la formation de cellules particulières, qui remplacent les fibres ligneuses au voisinage des points où se montrent les lacunes à gomme. Ces cellules, qui ont une structure analogue à celle des cellules des rayons médullaires, se remplissent comme elles de fécule. Elles entourent les lacunes par tous les côtés où celles-ci ne touchent pas aux rayons médullaires.

» Cette production toute spéciale d'un parenchyme féculent, qui manque absolument dans la plante saine, peut être considérée comme constituant une première phase éminemment active de la maladie. Il y a là une véritable néoplasie pathologique : un tissu morbide nouveau est produit par une transformation spéciale des éléments constitutifs du tissu normal.

» Que se passe-t-il ensuite? D'une part, une exsudation de gomme à l'intérieur des vaisseaux, et parfois des fibres; d'autre part, apparition de la gomme, d'abord entre les cellules par suite probablement d'une dégénérescence gommeuse de la matière intercellulaire, puis dans l'intérieur même de la paroi cellulaire dont les couches se séparent en feuillets distendus par la gomme. Dans ce cas encore, il est possible que la paroi cellulaire subisse une dégénérescence gommeuse partielle.

» Quoi qu'il en soit, le contact de la gomme ainsi produite exerce sur les tissus voisins une influence notable. Bien que subissant déjà la dégénérescence gommeuse, ils manifestent cependant encore une grande activité formatrice; les cellules grandissent et se multiplient d'une façon extraordi-

naire sur le bord de la lacune. Il s'y fait un travail organique tout à fait analogue à celui qu'a si bien décrit M. Trécul dans la formation des bourrelets au bord des plaies tenues à l'abri du desséchement. La vitalité des cellules existe donc encore là à un très-haut degré.

» Si ensuite les cellules voisines du foyer de production de gomme abandonnent la fécule qu'elles contenaient, si elles-mêmes se désorganisent, s'exfolient et se transforment aussi en partie en gomme, on n'en doit pas moins reconnaître, dans la production de la gomme, tout autre chose qu'un phénomène purement passif et indifférent comme un mode particulier de désorganisation d'un tissu mort. C'est une véritable maladie qui présente des caractères particuliers et dans laquelle nous voyons l'activité vitale, détournée de sa direction régulière, se manifester encore énergiquement avant de s'épuiser.

» L'étude des modifications qui se produisent dans les tissus où apparaît la gomme permet même de distinguer le caractère dominant de la maladie et de voir comment, sous son influence, les fonctions normales sont détournées de leur destination ordinaire. Les substances alimentaires, mises en réserve dans les profondeurs des tissus, au lieu de servir à la croissance de la plante, sont employées pour la production de la gomme, et une partie va s'amasser, en attendant l'instant de sa transformation, autour des foyers gommeux qui paraissent agir sur l'organisme comme des centres d'irritation.

» On pourrait comparer assez exactement, ce me semble, ce qui se passe dans la formation des foyers de production de gomme aux effets que produit la piqûre d'un insecte et le dépôt d'un de ses œufs au milieu des tissus d'une plante. Là où, sous l'influence de cette irritation spéciale, une galle se forme, les tissus se modifient dans leur organisation, revêtent un aspect tout particulier, et les cellules nouvelles qui se produisent emmagasinent dans leur intérieur des amas de substances alimentaires et, en particulier, de fécule. Ces dépôts de matière nutritive sont destinés, non plus aux besoins de la plante elle-même, mais au développement du petit être parasite qui va naître aux dépens des matériaux que les fonctions vitales, profondément perverties par cette singulière maladie, ont obligés à affluer et à s'emmagasiner à sa portée. Il n'en est guère autrement pour la formation du parenchyme ligneux dans les points où vont naître les lacunes et la mise en réserve, dans son intérieur, des éléments destinés à être employés pour la production de la gomme. Ces phénomènes paraissent dépendre de l'activité maladive des foyers gommeux, comme le développement de la galle

dépend du dépôt de l'œuf du parasite. Seulement la cause de l'irritation maladive de certains points destinés à devenir des foyers actifs de production de gomme n'est pas saisissable comme la blessure empoisonnée et le dépôt de l'œuf, qui déterminent la production de la galle.

» Si la cause de la gommose demeure encore fort obscure, les effets en sont maintenant bien connus, et quand on voit le parenchyme ligneux communiquer avec les rayons médullaires, qui sont répandus dans toute l'étendue du végétal et constituent le magasin général où sont mises en réserve les matières destinées à servir à l'accroissement de l'arbre et à toutes les formations nouvelles, on comprend comment la production de la gomme, qui se fait aux dépens de ces réserves, n'a d'autre limite que l'entier épuisement du végétal.

» Parmi les moyens curatifs proposés pour la guérison de la gommose, il en est un qui a produit à ma connaissance de très-bons résultats : c'est la scarification de l'écorce. J'ai vu des arbres fortement atteints par la maladie, et ne poussant plus que de petits rameaux faibles et chétifs, se rétablir à la suite d'incisions longitudinales faites sur les branches, et produire de nouveau des pousses vigoureuses.

» Les heureux résultats obtenus de cette pratique peuvent s'expliquer aisément. La gommose consiste en une transformation en gomme, substance inutile à l'économie, des éléments nécessaires à la formation de nouveaux tissus : guérir cette maladie, c'est faire en sorte que ces matériaux soient rendus à leur destination primitive et normale. Pour y parvenir il faut obtenir un appel plus puissant que celui qu'exercent les foyers gommeux sur les matériaux de l'organisme : c'est ce que fait énergiquement et utilement la scarification. Les plaies vives nécessitent la production de tissus nouveaux. Sous cette excitation qui est très-active, les matières en réserve sont employées à la formation de cellules nouvelles ; elles cessent d'être entraînées vers les foyers gommeux et l'activité vitale tend à reprendre son cours régulier.

» La scarification agit, en somme, comme puissant dérivatif. »

## MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les courbes unicursales.* Mémoire de M. **Painvin**, présenté par M. Hermite.

(Commissaires : MM. Chasles, Hermite.)

« 1. Lorsque les coordonnées des points d'une courbe sont connues en fonction d'un paramètre arbitraire, on peut obtenir la forme de la courbe, les points d'inflexion, le cercle osculateur, etc., et, dans un grand nombre de cas, c'est là un des moyens les plus commodes pour étudier les propriétés et les particularités de la courbe elle-même. Mais ce mode de représentation n'offre plus d'avantages lorsqu'il s'agit d'étudier les rapports avec la courbe des systèmes qui lui sont extérieurs, par exemple les propriétés des polaires, de la courbe hessienne, etc. Il y a donc nécessité, dans ces circonstances, de chercher les équations de la courbe et des polaires de divers ordres.

» Or il est facile, dans le cas des courbes unicursales, d'établir une formule qui donne les équations des polaires de manière qu'on n'ait plus à se préoccuper d'élimination.

» 2. Supposons les coordonnées $x$, $y$, $z$ d'un point quelconque d'une courbe unicursale définies par les égalités

$$(1)\qquad \frac{x}{f_1(t)} = \frac{y}{f_2(t)} = \frac{z}{f_3(t)},$$

où

$$(2)\qquad \begin{cases} f_1(t) = a_0 t^m + a_1 t^{m-1} + \ldots + a_m, \\ f_2(t) = b_0 t^m + b_1 t^{m-1} + \ldots + b_m, \\ f_3(t) = c_0 t^m + c_1 t^{m-1} + \ldots + c_m. \end{cases}$$

» Posons d'abord

$$(3)\qquad \Delta_{ij} = \begin{vmatrix} x & y & z \\ a_i & b_i & c_i \\ a_j & b_j & c_j \end{vmatrix}, \qquad \Delta_{ij}^0 = \begin{vmatrix} x_0 & y_0 & z_0 \\ a_i & b_i & c_i \\ a_j & b_j & c_j \end{vmatrix},$$

puis

$$(4)\qquad \begin{cases} \alpha_{pq} = \Delta_{p+q-1,0} + \Delta_{p+q-2,1} + \Delta_{p+q-3,2} + \ldots + \Delta_{q,p-1}, \\ \alpha_{pq}^0 = \Delta_{p+q-1,0}^0 + \Delta_{p+q-2,1}^0 + \Delta_{p+q-3,2}^0 + \ldots + \Delta_{q,p-1}^0; \end{cases}$$

le premier indice, dans les $\Delta$, ne doit jamais être supérieur à $m$; il faudra

donc omettre les termes où le premier indice est plus grand que $m$; le second indice ne doit jamais surpasser $(p-1)$.

» Considérons maintenant l'équation

$$(5)\quad \begin{vmatrix} \lambda\alpha^0_{11}+\alpha_{11} & \lambda\alpha^0_{21}+\alpha_{21} & \ldots & \lambda\alpha^0_{m1}+\alpha_{m1} \\ \lambda\alpha^0_{12}+\alpha_{12} & \lambda\alpha^0_{22}+\alpha_{22} & \ldots & \lambda\alpha^0_{m2}+\alpha_{m2} \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots & \ldots\ldots \\ \lambda\alpha^0_{1m}+\alpha_{1m} & \lambda\alpha^0_{2m}+\alpha_{2m} & \ldots & \lambda\alpha^0_{mm}+\alpha_{mm} \end{vmatrix} = 0,$$

on a toujours

$$\alpha_{pq} = \alpha_{qp}, \quad \alpha^0_{pq} = \alpha^0_{pq}.$$

» *La polaire d'ordre i du point* $(x_0, y_0, z_0)$ *par rapport à la courbe unicursale* (1) *s'obtiendra en égalant à zéro le coefficient de* $\lambda^{m-i}$ *dans l'équation* (5). *En particulier, l'équation de la courbe s'obtiendra en égalant à zéro le terme indépendant de* $\lambda$.

» 3. Si l'on remplace $t$ par $\frac{t}{s}$ dans les équations (2) et qu'on chasse le dénominateur, les coordonnées $u$, $v$, $w$ d'une tangente quelconque à la courbe (1) seront données par les équations

$$\frac{u}{\frac{dy}{dt}\frac{dz}{ds}-\frac{dy}{ds}\frac{dz}{dt}} = \frac{v}{\frac{dz}{dt}\frac{dx}{ds}-\frac{dz}{ds}\frac{dx}{dt}} = \frac{w}{\frac{dx}{dt}\frac{dy}{ds}-\frac{dx}{ds}\frac{dy}{dt}},$$

ou

$$(6)\quad \frac{u}{\varphi_1(t)} = \frac{v}{\varphi_2(t)} = \frac{w}{\varphi_3(t)};$$

c'est-à-dire que $u$, $v$, $w$ seront des fonctions entières du paramètre $t$; nous supposerons que $n$ est le degré de ces fonctions.

» Les formules précédentes seront applicables de la même manière au cas actuel. D'après cela :

» *La courbe polaire de classe i de la droite* $(u_0, v_0, w_0)$ *s'obtiendra en égalant à zéro le coefficient de* $\lambda^{n-i}$. *En particulier, on aura l'équation tangentielle de la courbe en égalant à zéro le terme indépendant de* $\lambda$.

» 4. La démonstration de la règle que je viens d'énoncer est très-facile.

» Soient $x_0$, $y_0$, $z_0$ les coordonnées d'un point fixe P; $x$, $y$, $z$ celles d'un point M d'une sécante quelconque passant par le point P; $x'$, $y'$, $z'$ les coordonnées d'un des points I où cette sécante rencontre la courbe.

» Après avoir posé $\lambda = \frac{\mathrm{MI}}{\mathrm{IP}}$, on aura

$$\frac{x'}{\lambda x_0 + x} = \frac{y'}{\lambda y_0 + y} = \frac{z'}{\lambda z_0 + z}.$$

» Si l'on écrit que le point $(x', y', z')$ est sur la courbe (1), il vient

$$\frac{\lambda x_0 + x}{f_1(t)} = \frac{\lambda y_0 + y}{f_2(t)} = \frac{\lambda z_0 + z}{f_3(t)}; \tag{7}$$

il reste à éliminer $t$ entre deux des équations (7).

» Si l'on considère, par exemple, les deux équations

$$(\lambda y_0 + y) f_3(t) - (\lambda z_0 + z) f_2(t) = 0,$$
$$(\lambda z_0 + z) f_1(t) - (\lambda x_0 + x) f_3(t) = 0,$$

on obtiendra très-aisément l'équation (5) en appliquant la méthode d'élimination de Bezout et en supprimant le facteur étranger $(\lambda z_0 + z)^m$. »

ASTRONOMIE. — *Orbite de l'étoile double γ de la Vierge*; par M. C. FLAMMARION.

(Renvoi à la Commission précédemment nommée.)

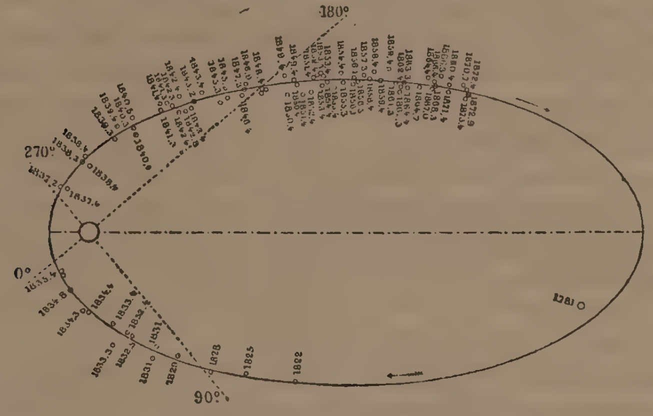
« Le système stellaire de γ de la Vierge se compose de deux étoiles de 3e grandeur, de même éclat et de même couleur (jaune d'or très-clair), et qui se ressemblent à un tel point qu'on les prend sans cesse l'une pour l'autre, de sorte que la moitié des angles de position observés sont renversés de 180 degrés. Il y a une légère oscillation d'éclat dans l'une et l'autre des deux composantes; car parfois on remarque entre elles une différence très-sensible, mais cette différence même change de sens. Leur distance moyenne est de 3″,385 et varie du périhélie à l'aphélie, de 0″,46 à 6″,31. La position actuelle de ce groupe est

$$Æ = 12^h 35^m,1; \quad \text{D} = -0°44'.$$

» Il est animé d'un mouvement propre, que la meilleure évaluation porte à — 0″55 en ascension droite et à — 0″05 en déclinaison.

» Il y a peu d'étoiles doubles dont les éléments calculés aient offert autant de divergences que ceux de ce singulier système. Sir John Herschel s'était d'abord arrêté à une orbite dans laquelle la période de révolution s'élevait à 513 ans; puis il en donna une seconde qui portait cette même période à 629 ans : c'est celle qui est encore inscrite aujourd'hui dans l'*Astronomie populaire* d'Arago. Mais le passage au périhélie de 1836 devait modifier ces premiers éléments, car les deux étoiles s'approchèrent à un tel point qu'elles semblèrent se réunir en une seule, et sir John Herschel détermina lui-même une troisième ellipse, dans laquelle le demi-grand axe était réduit de 12 à 3 secondes et la période abaissée à 182 ans. Vinrent

ensuite les orbites de Mädler (145 ans), de Villarceau (154 ans), de l'amiral Smyth (148 ans). Celui-ci même, auquel on doit la discussion si élaborée et si judicieuse des éléments de ce système, et l'observation attentive du passage au périhélie, arriva à une période réduite jusqu'à 135 ans. Toutefois il adopta à la fin une période de 171 ans, et son fils le capitaine Henry A. Smyth, reprenant la discussion des observations jusqu'en 1860, conclut à une période de 178 ans. L'étude que je viens de faire de ce couple conduit pour ce même élément à un chiffre de 175 ans.




Orbite de l'étoile double $\gamma$ de la Vierge.

» Après avoir rassemblé toutes les observations de cette étoile (et leur nombre ne s'élève pas à moins de 140), j'ai appliqué la méthode graphique à la construction de l'orbite apparente, comme je l'ai fait pour les étoiles $\xi$ de la Grande Ourse, $\zeta$ d'Hercule et $\eta$ de la Couronne, et j'ai pu arriver à un résultat qui met clairement en évidence la nature de cette orbite ainsi que celle de l'orbite absolue.

» Par une circonstance peut-être unique dans le ciel entier, ce système se présente à nous de face, sans inclinaison sur la sphère céleste, gravitant dans un plan précisément perpendiculaire à notre rayon visuel, de telle sorte qu'il n'y a aucune déformation de l'ellipse causée par la perspective provenant de notre situation arbitraire dans l'espace.

» C'est là, sans contredit, un cas extrêmement rare. Une circonstance non moins surprenante, c'est que l'excentricité de cette double ellipse, tant apparente que réelle, est une des plus fortes que nous connaissions. Elle est égale à 0,8715.

» Quoique l'identité de l'orbite apparente avec l'orbite absolue n'ait été soupçonnée par aucun des astronomes qui se sont occupés de cette étoile

double, je trouve cependant qu'elle ressort avec évidence de la construction graphique faite sur les observations continuées jusqu'à ce jour : l'un des foyers vient forcément se placer sur l'étoile à laquelle le mouvement est rapporté. Les inclinaisons calculées variaient jusqu'ici de 23 à 37 degrés, et même la dernière, qui est la plus forte, est celle de la dernière orbite calculée (H.-A. Smyth); mais les dernières positions observées relèvent la courbe et rapprochent le foyer de cette orbite vers l'étoile principale. Sans doute une inclinaison de quelques degrés pourrait subsister encore, sans qu'il soit possible de la constater, car, pour une faible valeur de $\gamma$, les éléments tels que $\Omega$ et $\lambda$ restent indéterminés. En fait, dans mon orbite, $\pi = 320°$, et il est inévitable qu'avec une faible inclinaison on ait dans toute orbite absolue de cette étoile : $\Omega + \lambda = 320°$. On sait du reste que $\tan(\pi - \Omega) = \cos\gamma \tan\lambda$.

» La plus ancienne observation de cette étoile double date de 1718. L'angle de position observé par Bradley à cette date était de 160° 52′. Comme l'étoile vient précisément de passer par cette position, le chiffre de Bradley conduirait à une période de 155 ans. Dans ce cas l'aphélie (situé par 140 degrés) aurait eu lieu en 1759, et une position observée par Tobie Mayer, en 1756, à 144 degrés pourrait être conservée.

» Mais la comparaison des cartes et les corrections dues à la précession et à l'équation personnelle montrent que cet angle doit être corrigé et réduit à 150° 52′. D'après la position actuelle de l'étoile, elle ne repassera par cet angle qu'en l'année 1894; ce qui porterait la période à 177 ans. D'autre part, en soumettant la question aux circonstances du mouvement elliptique et en partageant l'ellipse en secteurs parcourus en temps égaux, on trouve pour la moyenne des secteurs une période de 174 ans. Maintenant, si l'on tient compte d'une observation faite par W. Herschel en 1781 (à 130°), on voit l'aphélie se placer en 1750. Enfin, si l'on ajoute à ces circonstances l'examen de la marche angulaire pendant toute la série des observations, on est conduit à fixer la durée de la révolution de cette étoile double au chiffre de 175 ans. Tel est le chiffre auquel je me suis arrêté, en rejetant avec regret l'observation de Tobie Mayer.

» Voici les éléments de cette orbite, tant apparente que réelle.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Demi-grand axe...... | 3″,385 | Distance du périhélie..... | 0″,46 |
| Excentricité............ | 0,8715 | Distance aphélie......... | 6″,31 |
| Passage au périhélie..... | 1836,45 | Moyen mouvement annuel. | —2° 3′ 26″ |
| Position du périhélie..... | 320°,0 | Durée de la révolution.... | 175 ans. |

» L'inclinaison est nulle, ou à peu près. Il n'y a donc pas lieu de chercher la ligne des nœuds, ni la distance de cette ligne à celle des apsides.

» Nous voyons donc de la Terre l'ellipse décrite par ces deux soleils autour de leur centre commun de gravité. Il serait bien intéressant de déterminer, s'il est possible, la parallaxe de ce curieux système. Nous avons vu plus haut que ce sont deux astres de 3e grandeur. En même temps qu'ils circulent dans leur cycle de 175 ans, ils tournent sur eux-mêmes dans un lent mouvement de rotation que je n'ai pu encore déterminer, mais qui est rendu sensible par les alternances périodiques d'éclat des deux composantes.

» L'ellipse a été construite à l'échelle de 20 millimètres pour une seconde, puis réduite d'un tiers, de sorte que la figure ci-dessus est à l'échelle de 13mm,33 pour une seconde. La série commence par l'observation de William Struve de 1822. De 1835,4 à 1837,2 il n'y a aucune observation satisfaisante d'angle et de distance; car les deux disques apparents s'occultent partiellement, phénomène que nous avons déjà signalé dans le mouvement de $\zeta$ d'Hercule. L'étude de cette occultation montre que les disques apparents de ces deux étoiles de 3e grandeur ont au moins 0",80 de diamètre pour l'instrument de William Struve à Dorpat (9 pouces), et au moins une seconde pour ceux de Smyth et de sir John Herschel (6 et 7 pouces).

» J'ajouterai enfin que l'étude du mouvement elliptique de ce système fait soupçonner l'existence d'un corps perturbateur. La marche est plus lente qu'elle ne doit être vers 1841, et plus rapide vers 1870, et la difficulté est telle, qu'en attaquant le problème par différentes méthodes, je n'ai pu parvenir à la dissimuler ni à la rejeter sur le compte d'erreurs d'observations.

» Voici les positions inscrites le long de l'orbite précédente :

| Dates. | Angles. | Dist. | Obs. | Dates. | Angles. | Dist. | Obs. | Dates. | Angles. | Dist. | Obs. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1781,9 | 130°,7 | 5",63 | $H_1$ | 1837,21 | 265°,4 | 0",6 | Sm | 1843,20 | 192°,2 | 1",9 | Sm |
| 1822,25 | 103,1 | 2,86 | $\Sigma_1$ | 1837,41 | 257,9 | 0,58 | $\Sigma_1$ | 1843,39 | 193,3 | 2,08 | *m* |
| 1825,32 | 97,9 | 2,37 | » | 1838,28 | 235,1 | 0,8 | Sm | 1843,41 | 192,1 | 1,83 | Da |
| 1828,38 | 91,5 | 2,07 | » | 1838,40 | 231,9 | 0,86 | $\Sigma_1$ | 1845,34 | 185,4 | 2,10 | Sm |
| 1829,39 | 88,3 | 1,78 | » | 1838,43 | 230,6 | 0,76 | $\Sigma_2$ | 1845,46 | 184,5 | 2,23 | $\Sigma_1$ |
| 1831,36 | 80,9 | 1,49 | » | 1839,31 | 214,6 | 1,13 | Da | 1846,39 | 182,9 | 2,35 | » |
| 1831,38 | 77,9 | 1,6 | Sm | 1839,35 | 215,5 | 1,29 | G | 1846,90 | 183,8 | 2,45 | Da |
| 1832,40 | 71,4 | 1,2 | » | 1840,26 | 207,9 | 1,30 | K | 1847,35 | 182,5 | 2,40 | » |
| 1832,52 | 73,5 | 1,26 | $\Sigma_1$ | 1840,38 | 205,7 | 1,24 | Da | 1847,42 | 182,5 | 2,40 | $\Sigma_1$ |
| 1833,33 | 63,1 | 1,3 | Sm | 1840,45 | 211,6 | 1,42 | $\Sigma_2$ | 1848,37 | 180,5 | 2,12 | Da |
| 1833,37 | 65,5 | 1,06 | $\Sigma_1$ | 1841,34 | 200,0 | 1,58 | Da | 1848,43 | 179,1 | 2,55 | $\Sigma_2$ |
| 1834,30 | 47,1 | 0,9 | Sm | 1841,35 | 200,1 | 1,73 | M | 1848,45 | 179,6 | 2,60 | B |
| 1834,38 | 51,7 | 0,91 | $\Sigma_1$ | 1841,41 | 202,4 | 1,63 | $\Sigma_2$ | 1849,37 | 179,0 | 2,84 | Da |
| 1834,84 | 33,6 | 0,7 | » | 1842,35 | 197,4 | 1,71 | *m* | 1849,42 | 177,0 | 2,92 | *m* |
| 1835,38 | 15,5 | 0,51 | » | 1842,38 | 195,0 | 1,73 | Da | 1850,36 | 176,7 | 2,95 | Fl |
| 1835,40 | 15,1 | 0,5 | Sm | 1842,41 | 197,1 | 1,86 | $\Sigma_2$ | 1850,39 | 175,2 | 2,74 | $\Sigma^2$ |
| 1836 | Ronde ou all. | | $H_2$ Sm et $\Sigma_1$ | 1842,82 | 194,5 | 1,76 | K | 1851,36 | 176,3 | 3,04 | *m* |

| Dates. | Angles. | Dist. | Obs. | Dates. | Angles. | Dist. | Obs. | Dates. | Angles. | Dist. | Obs. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1851,40 | 176°,5 | 2″,99 | Da | 1856,11 | 171°,0 | 3″,55 | De | 1864,42 | 165°,0 | 4″,06 | $\Sigma_2$ |
| 1851,42 | 176,0 | 3,04 | Fl | 1857,28 | 171,5 | 3,60 | Se | 1864,76 | 164,4 | 4,13 | De |
| 1852,43 | 173,2 | 3,00 | $\Sigma_2$ | 1857,35 | 170,0 | 3,59 | Da | 1866,31 | 164,3 | 4,39 | Se |
| 1852,43 | 174,7 | 3,17 | M | 1857,44 | 170,2 | 3,63 | $\Sigma_2$ | 1866,42 | 164,0 | 4,29 | $\Sigma_2$ |
| 853,32 | 174,6 | 3,18 | Fl | 1858,39 | 169,5 | 3,79 | Sm | 1867,05 | 163,6 | 4,23 | De |
| 1853,35 | 173,9 | 3,2 | Sm | 1858,44 | 169,3 | 3,67 | $\Sigma_2$ | 1868,28 | 163,5 | 4,31 | » |
| 1853,36 | 174,2 | 3,06 | Da | 1858,45 | 168,8 | 3,68 | Da | 1868,45 | 163,3 | 4,30 | $\Sigma_2$ |
| 1853,39 | 174,2 | 3,25 | M | 1859,38 | 167,9 | 3,76 | $\Sigma_2$ | 1870,45 | 163,7 | 4,45 | » |
| 1853,40 | 172,0 | 3,13 | $\Sigma_2$ | 1859,44 | 169,4 | 3,91 | Se | 1870,72 | 162,2 | 4,63 | De |
| 1854,39 | 172,7 | 3,21 | Da | 1861,31 | 166,1 | 3,93 | P | 1871,43 | 162,7 | 4,43 | $\Sigma_2$ |
| 1854,39 | 172,0 | 3,45 | M | 1861,42 | 167,3 | 3,96 | $\Sigma_2$ | 1872,41 | 161,3 | 4,61 | » |
| 1854,40 | 172,0 | 3,40 | Wr | 1862,32 | 165,3 | 3,9 | P | 1872,86 | 160,8 | 4,59 | De |
| 1855,33 | 171,2 | 3,36 | Da | 1862,41 | 166,0 | 3,97 | $\Sigma_2$ | 1873,43 | 160,8 | 4,54 | $\Sigma_2$ |
| 1855,44 | 171,3 | 3,27 | $\Sigma_2$ | 1863,33 | 165,9 | 4,08 | De | | | | |
| 1856,10 | 170,5 | 3,45 | J | 1864,41 | 165,5 | 4,28 | Se | | | | |

($H_1$ = W. Herschel; $H_2$ = sir John Herschel; $\Sigma_1$ = W. Struve; $\Sigma_2$ = Otto Struve; Sm = Smyth; Da = Dawes; De = Dembowsky; G = Galle; M = Mädler; *m* = Main; K = Kaiser; B = Bond; Fl = Fletcher; Wr = Wrottesley; J = Jacob; Se = Secchi; P = Powell.)

BALISTIQUE. — *Sur les conclusions à tirer de l'application des théories thermo-chimiques aux corps explosifs en général et aux poudres de guerre en particulier.* Mémoire de M. F. Castan, présenté par M. Tresca.

(Commissaires : MM. le général Morin, Tresca, Berthelot.)

« L'application des théories thermo-chimiques aux corps explosifs a fait voir la possibilité de calculer le travail emmagasiné dans ces corps. Les savantes recherches de M. Berthelot sur la formation thermique des composés oxygénés de l'azote (1) ont fait faire un pas énorme à la question, en ce qui touche les poudres proprement dites, et permettent pour la chaleur développée par la combustion d'arriver déjà à des nombres suffisamment rapprochés de ceux que donne l'expérience, pour qu'ils puissent leur être substitués dans les cas où ceux-ci n'auraient pas été mesurés directement.

» Mais, dans les applications des corps explosifs, c'est bien moins le travail total emmagasiné dans ces corps qu'il faut considérer que le travail qu'on peut en retirer d'une manière effective, et c'est à ce point de vue que nous examinons spécialement les poudres de guerre.

» En effet, lorsqu'on brûle la poudre en vase clos, comme l'ont fait MM. Noble et Abel en Angleterre, on reconnaît que toutes les variétés de poudre qui ne diffèrent pas notablement par le dosage, mais qui sont douées de propriétés physiques fort diverses, telles que la densité, la grosseur des grains, l'état des surfaces, etc., donnent à peu près la même pres-

(1) *Comptes rendus*, p. 162 de ce volume.

sion maximum de 5 à 6 tonnes par centimètre carré. On obtient des effets analogues avec des poudres dont le mode de trituration est différent, la composition restant la même.

» Dans ces circonstances de déflagration, on peut dire que l'effet mécanique des poudres ne dépend que de leur composition et par conséquent de la quantité de chaleur qu'elles développent.

» Mais il en est tout autrement dans le tir des bouches à feu, et toutes les expériences montrent que, sous le rapport des effets de balistique intérieure et extérieure, les effets s'écartent considérablement des conséquences que l'on déduit de la théorie thermodynamique.

» Le résultat de cette étude peut être résumé dans les conclusions suivantes :

» 1° Le dosage des poudres de guerre est fixé par les conditions de leur emploi, qui resserrent tellement ses variations que le calorimètre n'indique pas de différences réellement sensibles entre les diverses compositions et ne peut, par conséquent, servir à les classer utilement.

» 2° Les différences d'action des poudres ne proviennent presque complétement que de leurs propriétés physiques et de leur mode d'emploi dans les armes.

» 3° Avec les divers dosages admis pour les poudres de guerre, on peut communiquer aux projectiles des vitesses suffisantes pour qu'on ne prévoie actuellement de limites à l'accroissement de puissance d'une artillerie que dans les difficultés que l'on rencontre pour réaliser les diverses conditions de balistique et de service du matériel.

» 4° La faiblesse relative de l'énergie comburante de l'azotate de potasse constitue bien, ainsi que l'a fait voir M. Berthelot (1), une mauvaise utilisation de l'acide azotique dans la poudre de guerre. Mais, si l'on considère l'action de la poudre comme moteur dans les armes, ce défaut, loin de discréditer son dosage, explique au contraire la supériorité du salpêtre sur tous les autres azotates. Ces mêmes considérations montrent que le véritable progrès à effectuer dans la composition des poudres consiste non dans l'introduction de corps renfermant plus de travail que l'azotate de potasse, mais bien dans l'application de ceux qui en auraient dégagé davantage encore dans leur formation. »

---

(1) *Comptes rendus*, p. 162 de ce volume.

PHYSIQUE. — *Sur la conductibilité thermique dans les roches et dans les corps en général.* Note de M. **Ed. Jannettaz**, présentée par M. Daubrée.

(Commissaires : MM. Élie de Beaumont, Delafosse, Fizeau, Daubrée.)

« Dans mes Notes antérieures (1), insérées aux *Comptes rendus*, et plus particulièrement dans mon Mémoire sur la propagation de la chaleur dans les corps cristallisés (2), j'étais parvenu aux conclusions suivantes :

» 1° Si un cristal offre un plan de clivage, la chaleur s'y propage plus facilement suivant les directions parallèles que dans la direction perpendiculaire à ce plan;

» 2° Si un cristal se clive suivant plusieurs directions planes rectangulaires entre elles, le plus grand axe de conductibilité thermique est parallèle à l'intersection des clivages les plus faciles, et le plus petit à celle des clivages les moins aisés;

» 3° Si les plans de clivage observés dans un même cristal sont obliques les uns par rapport aux autres, le grand axe thermique est la bissectrice de l'angle qui mesure l'inclinaison mutuelle des clivages les plus faciles, lorsqu'ils le sont également; et, lorsqu'ils sont d'une facilité différente, ce grand axe est à une distance angulaire de ces plans qui varie dans le même sens que le degré de facilité avec lequel on les obtient.

» Je ne veux pas revenir en ce moment ni sur la généralité de cette règle, que j'ai vérifiée sur un grand nombre d'espèces minérales, ni sur les seules exceptions que j'ai rencontrées jusqu'ici, et qui sont offertes, l'une par le calcaire, l'autre par l'orthose, dans les directions où elles se contractent au lieu de se dilater, comme le font la plupart des autres corps quand on les chauffe. Mais, comme j'ai admis avec Bravais qu'un clivage plus facile implique une plus grande densité réticulaire, j'ai trouvé une objection grave dans les expériences de Senarmont sur le verre comprimé (3).

» En effet, si la densité réticulaire des cristaux est plus grande le long des plans de clivage que dans une direction normale à ces plans, la chaleur se propage d'autant mieux dans un corps qu'elle suit une direction de plus grande densité. De Senarmont a cru que l'inverse a lieu : après

(1) *Comptes rendus*, t. LXXV, p. 940, 1082 et 1501; 1872; t. LXXVIII, p. 413; 1874.

(2) *Annales de Chimie et de Physique*, 4e série, t. XXIX, p. 15 et suiv.

(3) *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XXIII, p. 260 et suiv.

avoir comprimé du verre entre les deux mâchoires d'un étau, il a produit une courbe thermique sur la face supérieure libre de la plaque; cette courbe était une ellipse dont le grand axe était perpendiculaire à la pression; il en a conclu que le petit axe était parallèle aux directions de plus grande densité. C'est la seule de ses expériences que je croie devoir discuter. Il regarde les autres comme ne donnant que de vagues résultats, qu'il présente cependant comme étant d'accord par leur ensemble avec celui que je viens de rappeler.

» J'ai repris ces dernières expériences. Elles ne sont pas favorables à l'opinion de Senarmont; j'ai obtenu jusqu'ici partout des résultats contraires, que je ne publierai qu'après les avoir rendus aussi nets que possible.

» Quant à l'expérience du verre comprimé entre les deux mâchoires d'un étau, elle n'est pas décisive. Si on la compare à celles de M. Tresca sur les métaux, qu'une pression énorme force à couler comme des liquides par des orifices trop étroits pour leur masse, si on la compare surtout à ces expériences aussi célèbres de M. Daubrée, comme à celles de Sorby et de Tyndall, où l'on voit les argiles, les roches massives se diviser en lames parallèles entre elles et perpendiculaires à la pression qui les modifie, on n'est plus en droit évidemment de dire à l'avance où sont les directions de plus grande et celles de plus petite densité réticulaire, dans le verre comprimé, pas plus que dans tout autre corps.

» C'est évidemment la marche inverse qu'il faut suivre; c'est la courbe thermique dont il faut se servir pour interpréter ce qui se passe dans le verre lorsqu'on le comprime.

» Je cherchais à me procurer quelques morceaux de ces matières rendues mécaniquement schisteuses, lorsque M. Stanislas Meunier me proposa de prier M. Daubrée de mettre à ma disposition des échantillons de roches à texture schisteuse plus ou moins parfaite. J'acceptai cette offre avec le plus grand empressement, et voici les résultats de ma première série de recherches à cet égard.

» Sur les faces parallèles à la schistosité, c'est-à-dire à la direction des feuillets, je n'ai obtenu que des cercles souvent très-réguliers, surtout sur celles des phyllades; mais, sur les faces taillées perpendiculairement à la schistosité, j'ai toujours vu les courbes prendre la forme d'ellipses, dont les grands axes sont, *sans exception*, parallèles aux traces que la schistosité dessine sur les sections soumises à l'expérience.

TABLEAU DONNANT LES RAPPORTS DES AXES DANS LES PHYLLADES ET DANS LES SCHISTES CRISTALLISÉS.

| | Rapport. |
|---|---|
| 1. *Stéaschiste*, d'un vert clair, translucide, des États-Unis.................. | 2,007 |
| 2. *Phyllade*, imprégné de fer oxydulé, octaédrique, de Deville (Ardennes).... | 1,988 |
| 3. *Micaschiste* gris, à grains fins, d'Aurillac (Cantal) ...................... | 1,82 |
| 4. *Talcschiste* ferrugineux, faisant partie du système des itacolumites, de la Guyane | 1,78 |
| 5. *Phyllade*, d'Angers (Maine-et-Loire)........................................ | 1,6 |
| 6. *Gneiss* des parties supérieures du Saint-Gothard, vers Airolo.............. | 1,5 |
| 7. *Leptynolithe*, très-micacé, très-schisteux, du val de Tignes (Tarentaise).... | 1,5 |
| 8. *Schiste argileux*, du terrain houiller...................................... | 1,23 |
| 9. *Leptynite*, micacé, violâtre, grenatifère, très-nettement schistoïde, de Tholy (Vosges), collection Mougeot.............................................. | 1,15 |
| 10. *Serpentine* à feuillets plissés, probablement des Alpes, collection de Drée... | 1,15 |
| 11. *Gneiss* à grains très-fins, passant au chloritoschiste, du val Anzasca (mont Rose) | 1,13 |
| 12. *Gneiss* de la vallée d'Aoste (Piémont)..................................... | 1,06 |
| 13. *Gneiss* des environs de Lyon............................................... | cercle. |
| 14. *Gneiss* offrant deux plissements à peu près rectangulaires, en moyenne..... | 1,2 |
| *Matières minérales fibreuses.* | |
| 15. *Albâtre calcaire* concrétionnée, formée de très-petits prismes accolés...... Ici le grand axe thermique est, comme l'axe principal, perpendiculaire aux dépôts successifs. | 1,06 |
| *Roches et espèces minérales diverses, non schisteuses.* | |
| 16. *Jaspe* rubané.............................................................. | cercle. |
| 17. *Albâtre calcaire* à zones très-serrées, à cassures esquilleuses, de Montmartre. | cercle. |
| 18. *Bois de palmier* pétrifié, coupé parallèlement aux fibres................. | cercle. |
| 19. Section d'une tige de *Dicotylédone* pétrifiée, parallèle aux fibres.......... | cercle. |
| 20. *Malachite* concrétionnée, à zones parallèles, presque rectilignes.......... | cercle. |
| 21. *Serpentine* compacte......................................................... | cercle. |
| 22. *Pegmatite* à grains fins, de Hongrie........................................ | cercle. |
| 23. *Pegmatite graphique*. Ellipse, à grand axe orienté, comme les axes principaux des cristaux de quartz. | |

» Toutes ces roches ont été choisies homogènes, exemptes de fissures. Les phyllades, les micaschistes, les talcschistes m'ont fourni les rapports les plus élevés. Les premiers chiffres rappellent ceux que j'ai observés dans les micas. Plus la schistosité est nette, plus l'ellipticité augmente. Dans les gneiss, on obtient sensiblement des cercles, lorsqu'ils se rapprochent des granites, ou qu'ils n'en diffèrent que par la disposition zonaire de leurs éléments; et ces courbes s'allongent parallèlement aux bandes de mica, lorsque les inflexions de la roche témoignent d'une action mécanique. Les feuillets, dans ce cas, sont généralement plus minces.

» La serpentine, inscrite sous le n° 10, offre des plissements très-visibles, bien qu'elle soit parfaitement homogène et compacte. Les plis deviennent par places rectangulaires entre eux, et le grand axe de la courbe thermique les suit dans toutes leurs inflexions.

» Le leptynolithe du n° 7 montre sur la tranche soumise à l'observation, non-seulement les traces des feuillets qui le composent, mais aussi une apparence d'ancienne stratification, inclinée à près de 45 degrés sur les premières. Cette stratification semble ne pas déranger l'orientation des courbes, dont le grand axe demeure toujours parallèle à la schistosité, etc.

» Celle-ci mérite donc bien le nom de *clivage des roches*, qu'on lui a donné quelquefois, bien que son origine ne soit pas la même que dans les cristaux.

» En résumé, la loi qui règle la propagation de la chaleur dans les cristaux n'est qu'un cas particulier de celle-ci, qui me paraît générale, qui l'est au moins dans tous les cas que j'ai observés : la chaleur se propage plus facilement suivant les surfaces, les plans ou les lignes entre lesquels existe la plus faible cohésion.

» Je pourrais citer encore, comme dernier fait, une ellipse que j'ai obtenue dans un morceau de bois de chêne taillé parallèlement à la direction de ses fibres. Le grand axe, aligné comme les fibres, est au petit dans le rapport de 1,26 à 1. Quel que soit le rôle mutuel des liquides et des vaisseaux dans ce cas, le résultat n'est pas en désaccord avec ceux qui précèdent. »

« M. Fizeau fait remarquer que l'inégale conductibilité pour la chaleur, observée par M. Jannettaz dans les diverses directions des roches à structure schisteuse, présente un intérêt particulier au point de vue de la Physique moléculaire. Cette conductibilité, variable avec la direction considérée, paraît en effet en relation avec la structure toute spéciale que présentent ces roches, structure qui ne permet pas de les considérer comme isotropes. Une conclusion semblable ressort également de la manière dont les roches de cette nature se dilatent sous l'influence de la chaleur, d'après plusieurs observations qu'il a faites récemment, et dont il espère entretenir prochainement l'Académie avec plus de détails; l'ardoise d'Angers, notamment, se dilate plus dans une direction normale au plan de clivage que dans une direction parallèle à ce plan. On peut enfin rapprocher de ces phénomènes l'inégale dilatation que présentent, dans diverses directions, les métaux fortement écrouis soit au marteau, soit au balancier monétaire. Il suffira de citer ici (voir les procès-verbaux de la Commission

du mètre, 1873-1874, p. 52) quelques valeurs du coefficient de dilatation déterminées sur un lingot de platine à 10 pour 100 d'iridium, suivant le sens de la compression. Ces valeurs montrent bien l'accroissement de la dilatation par la chaleur (ou de la contraction par le froid), dû à l'écrouissage résultant de l'action du balancier, ainsi que le retour vers la dilatation primitive par l'effet du recuit.

| | |
|---|---|
| Coefficient de dilatation du métal avant la compression... | 0,00000886,4 |
| Après la compression au balancier.................. | 902,0 |
| Après un recuit à 1300 degrés......................... | 890,5 |
| Après un second recuit à 1300 degrés................. | 889,6 |

» Les autres actions mécaniques, telles que le martelage, le laminage, influent de même, et d'une manière inégale suivant les directions, sur la valeur de la dilatation du métal; tandis que l'étirage à la filière exerce une influence de signe contraire. L'isotropie primitive de la matière est donc altérée dans ces circonstances et ne se rétablit que par l'effet d'un recuit à haute température, suffisamment prolongé. »

PHYSIOLOGIE. — *Détermination de l'âge de l'embryon humain par l'examen de l'évolution du système dentaire.* Note de M. E. MAGITOT, présentée par M. Ch. Robin.

(Renvoi à la Commission précédemment nommée.)

« La détermination de l'âge du fœtus humain, en dehors de tout renseignement sur l'époque de la fécondation et par l'examen anatomique du produit expulsé, est un problème qui a depuis longtemps attiré l'attention des médecins.

» En poursuivant nos recherches sur l'évolution du follicule dentaire (voir LEGROS et MAGITOT, *Comptes rendus*, t. LXXVII, p. 1377; 1873), nous sommes arrivés à fixer avec précision la chronologie de ce follicule.

» C'est en développant et en complétant ces dernières études que nous avons obtenu les résultats que nous publions aujourd'hui.

» Nos recherches ont porté sur un grand nombre d'embryons humains, composant une échelle qui s'étend depuis le moment où l'individu mesure 3 centimètres jusqu'à l'époque de la naissance. Pour fixer chronologiquement les faits successifs de l'évolution folliculaire, nous avons dû accepter, comme premiers éléments de détermination de l'âge de l'embryon, les documents publiés par les auteurs sur les conditions relatives du poids et de la longueur. Il existe ainsi plusieurs tableaux de ce genre dans les ou-

vrages classiques d'accouchement et de médecine légale; mais une première remarque nous a frappé tout d'abord, c'est le défaut de concordance, et parfois la contradiction qui séparent ces divers documents. Aussi, après avoir compulsé les principaux d'entre eux, nous avons été conduit à en adopter un à l'exclusion des autres : c'est celui qu'ont publié MM. Littré et Robin dans le *Dictionnaire de Médecine* (13e édition, 1873, art. EMBRYON et FOETUS, p. 509 et 616). Les chiffres donnés par ces auteurs, résultant pour le plus grand nombre d'observations personnelles, nous ont paru présenter plus de garanties d'exactitude. Nous avons pu d'ailleurs les contrôler récemment par la confrontation d'un fait très-rigoureusement observé par M. Gueniot, dans un cas d'avortement à date précise, et dont le produit a été pesé et mesuré avec une extrême rigueur.

» L'ensemble des observations que nous avons recueillies de la sorte constitue le tableau suivant (voir ci-contre).

» Il nous paraît inutile d'insister longuement sur les applications des documents contenus dans ce tableau. Au point de vue physiologique, il établit, pour chaque âge, l'état de l'évolution dentaire; au point de vue médico-légal, on entrevoit des applications qui nous semblent être de la plus haute importance.

» S'agit-il par exemple d'un cas d'avortement et de la recherche de l'âge du produit expulsé, plusieurs cas peuvent se présenter.

» Nous ferons à cet égard diverses hypothèses.

» Dans une première circonstance, l'embryon est intact; il peut être pesé et mesuré rigoureusement, et dès lors l'état des gouttières dentaires viendra seulement apporter un complément utile de démonstration.

» Dans un deuxième cas, l'embryon est divisé en morceaux; la tête, par exemple, aura été séparée du tronc, et celui-ci ne se retrouve pas : aucune notion de dimension et de poids n'est donc réalisable. L'état de l'évolution folliculaire, interrogé sur les différents points des mâchoires au moyen d'une série de coupes parallèles, permettra d'affirmer à quel âge est parvenu l'embryon.

» Dans une troisième circonstance, l'embryon aura, si l'on veut, macéré depuis longtemps dans un liquide, dans les latrines par exemple; les fontanelles se sont ouvertes, le crâne est vidé, les tissus sont infiltrés : le poids et les dimensions ne sont plus perceptibles. Le plus grand nombre des faits de l'évolution des follicules restera encore appréciable : les cordons épithéliaux sont, en effet, très-difficilement altérables, et le traitement des mâchoires par certains réactifs, l'acide acétique, le liquide

*État de l'évolution folliculaire aux différents âges de la vie embryonnaire chez l'homme.*

| ÉTAT DE L'EMBRYON. | | | DÉSIGNATION DES FOLLICULES. | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | DENTITION TEMPORAIRE. | | | | | DENTITION PERMANENTE. | | | | | |
| SA LONGUEUR du vertex aux talons. | SON POIDS TOTAL. | L'AGE correspondant | Incisive centrale. | Incisive latérale. | 1<sup>re</sup> molaire. | 2<sup>e</sup> molaire. | Canine. | Incisive centrale. | Incisive latérale. | Canine. | 1<sup>er</sup> prémol. | 2<sup>e</sup> prémolaire. | 1<sup>re</sup> molaire. |
| 3 centim. | 3 gr. à 3 gr. $^1/_2$ | 7<sup>e</sup> semaine. | A cette date on n'observe au bord des mâchoires de l'embryon que le bourrelet épithélial et lá lame de Kölliker. Les bourgeons des os maxillaires supérieurs et incisifs ne sont pas soudés et l'arc maxillaire inférieur ne contient que le cartilage de Meckel sans aucune trace osseuse. C'est dans le cours de cette septième semaine que se forment successivement, et dans l'ordre de leur désignation, les cordons épithéliaux (organes de l'émail) de la dentition temporaire. | | | | | Aucune trace de ces follicules. | | | | | |
| 3 à 4 cent. | 10 à 12 gr. | 9<sup>e</sup> semaine. | A cette date apparait, en regard de l'extrémité plongeante du cordon épithélial, la première trace du *bulbe*. Cette genèse a lieu à peu près simultanément ou à un jour ou deux d'intervalle pour la même série des follicules temporaires. | | | | | Aucune trace de ces follicules. | | | | | |
| 4 à 6 cent. | 45 à 48 gr. | 10<sup>e</sup> semaine. | A ce moment la paroi folliculaire se détache de la base du bulbe pour s'élever sur les côtés. Cette genèse s'effectue dans le même ordre que les précédentes. | | | | | Aucune trace de ces follicules. | | | | | |
| 15 à 18 cent. | 100 à 120 gr. | 15<sup>e</sup> semaine. | La paroi folliculaire continue son évolution. Le bourgeon épithélial commence sa transformation en organe de l'émail. | | | | | | | | | | Apparition du cordon épithélial descendant de la lame. |
| 18 à 19 cent. | 120 à 180 gr. | 16<sup>e</sup> semaine. | La paroi folliculaire est close; le cordon épithélial est rompu et le follicule est dès lors indépendant de toute connexion avec la muqueuse. | | | | | Apparition du cordon épithélial par dérivation du cordon primitif de chacune des dents caduques correspondantes. | | | | | |
| | | | Incisive | Incisive | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | (4 mois). | | | chapeau de dentine. | | | | |
| | | | Dimensions en hauteur verticale du chapeau de dentine. | | | | | | |
| 25 à 27 cent. | 280 à 450 gr. | 20e semaine. | $1^{mm},5$ | $1^{mm},5$ | $1^{mm}$ | $1^{mm}$ | $1^{mm},5$ | Apparition du bulbe. | Clôture de la paroi et rupture du cordon. |
| 32 à 35 cent. | 1 kg. à 1 kg., 500 | 25e semaine (6 mois). | $1^{mm},9$ | $1^{mm},9$ | $1^{mm},4$ | $1^{mm},4$ | $1^{mm},9$ | La paroi folliculaire, apparue après la vingt et unième semaine, a déjà acquis un certain développement. | Apparition du chapeau de dentine. |
| 37 à 39 cent. | 1 kg., 500 à 2 kg. | 28e semaine (6 mois 1/2). | $2^{mm},4$ | $2^{mm},4$ | $2^{mm}$ | $2^{mm}$ | $2^{mm},4$ | La paroi folliculaire continue son évolution; le bourgeon épithélial commence sa transformation en organe de l'émail. | Le chapeau de dentine a $0^{mm},1$ à $0^{mm},2$ de hauteur verticale. |
| 40 à 42 cent. | 2 kg. à 2 kg., 500 | 32e semaine (7 mois 1/2). | $2^{mm},9$ | $2^{mm},9$ | $2^{mm},4$ | $2^{mm},4$ | $2^{mm},9$ | Continuation des mêmes phénomènes évolutifs. | Les chapeaux de dentine qui recouvrent les sommets bulbaires sont soudés. |
| 44 à 47 cent. | 2 kg., 500 à 3 kg. | 36e semaine (8 mois 1/2). | $3^{mm}$ | $3^{mm}$ | $2^{mm},8$ | $2^{mm},8$ | $3^{mm}$ | Continuation des mêmes phénomènes évolutifs. | Le chapeau de dentine a $0^{mm},8$ à $1^{mm}$ de hauteur verticale. |
| 45 à 52 cent. | 3 kg. à 3 kg., 500. | 39e semaine (9 mois). | $3^{mm},5$ | $3^{mm},5$ | $3^{mm}$ | $3^{mm}$ | $3^{mm},5$ | Clôture de la paroi folliculaire. (Le chapeau de dentine n'est pas apparu; sa genèse n'a lieu que dans le premier mois qui suit la naissance.) | Le chapeau de dentine a $1^{mm}$ à à $2^{mm}$ de hauteur verticale. |

de Müller, la gomme, etc., permettra encore de pratiquer des coupes où seront reconnues des dispositions fondamentales.

» Enfin, si nous supposons d'autres cas encore où l'embryon aura été desséché à l'air ou en partie carbonisé dans un foyer, pour peu qu'on puisse recueillir un des maxillaires ou seulement un fragment même très-restreint de ceux-ci, un élément de détermination se retrouvera encore pour la seconde moitié de la vie intra-utérine; cet élément est tout à fait décisif: c'est le *chapeau de dentine* qui résiste au plus grand nombre des agents destructeurs. En effet, ni la macération, ni la dessiccation, ni la combustion même portée assez loin ne peut atteindre ce petit organe doué, comme on sait, d'une extrême densité et d'une résistance considérable. Il peut ainsi survivre à tous les autres caractères, y compris ceux qui sont empruntés au squelette, et l'on peut voir par notre tableau que, dès le moment qu'il a apparu, la détermination de ses dimensions devient un élément qui s'accuse avec une netteté d'autant plus grande qu'on se rapproche davantage de l'époque de la naissance.

» Nous avons indiqué un certain nombre d'exemples de recherches médico-légales. D'autres peuvent encore se présenter; nous n'y insisterons pas. Notre but a été d'apporter un contingent d'éléments nouveaux jusqu'ici absolument négligés ou inconnus. Il est réservé au médecin légiste d'en tirer les conséquences et d'en indiquer les applications.

» Dans une prochaine Communication, nous ferons connaître les résultats de nos recherches sur la fixation de l'âge du nouveau-né par l'état de l'évolution des follicules dentaires. »

MM. Crouzet et Colombat adressent à l'Académie un Mémoire sur un moyen de rendre un navire insubmersible par une nouvelle application de air comprimé.

A la hauteur de la ligne de flottaison, le navire doit être séparé intérieurement en deux parties par un pont construit de telle façon que l'air ne puisse pénétrer de la partie inférieure dans la partie supérieure. Si alors il se fait un trou dans la cale du navire, l'eau envahira la cale plus ou moins vite, mais elle ne remplira pas entièrement la capacité de ce compartiment; car l'air enfermé ne trouvant pas d'issue sera comprimé et fera équilibre à la force extérieure. A partir de ce moment, le navire cessera de s'enfoncer; il se trouvera dans les mêmes conditions qu'une cloche à plongeur.

Pour rendre cette idée pratique, les auteurs proposent une disposition

spéciale pour l'intérieur du navire : la description est accompagnée de dessins.

(Commissaires : MM. Pâris, Jurien de la Gravière, Dupuy de Lôme.)

M. Trémeau adresse à l'Académie un Mémoire intitulé : « Représentation géométrique des solutions imaginaires des équations et Théorie géométrique des lignes trigonométriques imaginaires. » Ce Mémoire fait suite à une brochure sur l'interprétation en Géométrie analytique des solutions imaginaires des équations.

Le Mémoire et la brochure qui l'accompagne seront soumis à l'examen de M. Puiseux.

M. Masson adresse une Note relative à un moyen de purifier les huiles minérales. Le procédé qu'il emploie consiste à soumettre les huiles à l'action d'un mélange d'alcool, d'acide sulfurique et d'acide azotique en proportions convenables. L'auteur fait remarquer que le pétrole, ainsi purifié, est appelé à remplacer l'alcool dans un grand nombre de préparations, par exemple dans la préparation des teintures d'un usage externe.

(Commissaires : MM. Balard, Berthelot.)

M. Netter adresse une brochure intitulée : « Vues nouvelles sur le choléra (cause, nature et traitement) avec une étude sur les injections faites dans les veines ».

(Renvoi à la Commission du legs Bréant.)

M. Brachet adresse une Note sur des obturateurs des radiations extrêmes, applicables à l'éclairage par l'arc voltaïque.

Cette Note sera renvoyée à la Commission du prix Trémont.

## CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel présente de la part de M. de Caligny un ouvrage imprimé en italien, ayant pour titre : « Rapport de M. Merrifield, ingénieur anglais, sur l'ouvrage de M. Cialdi, relatif au mouvement onduleux de la mer. »

La Société malacologique de Belgique sollicite la faveur d'être comprise parmi les Sociétés avec lesquelles l'Académie fait l'échange de ses publications.

(Renvoi à la Commission administrative.)

La Société nationale des Sciences naturelles de Cherbourg sollicite la même faveur.

(Renvoi à la Commission administrative.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Théorème concernant les équations aux différences partielles simultanées.* Note de M. E. Combescure.

« On sait qu'étant données deux équations aux différences partielles du premier ordre entre une fonction $z$ des variables indépendantes $x_1$, $x_2, \ldots$, $x_n$, et ses dérivées partielles du premier ordre $p_1, p_2, \ldots, p_n$, on peut en déduire une nouvelle équation, aussi du premier ordre, au moyen d'une formule qui est d'une importance majeure dans le Calcul intégral. Cette formule peut être regardée comme un cas particulier de celle que je vais établir, et qui est susceptible de diverses applications.

» Soient

$$f = 0, \tag{1}$$

$$F = 0, \tag{2}$$

deux équations entre $z$, $x_1$, $x_2, \ldots$, $x_n$, et les dérivées partielles de divers ordres $p_1$, $p_2, \ldots$, $p_n$; $p_{1,1}$, $p_{1,2}, \ldots$; $p_{1,1,1}$, $p_{1,1,2}, \ldots$. Ces équations pouvant contenir d'ailleurs d'autres fonctions quelconques des variables indépendantes, je supposerai la première de l'ordre $r$, la seconde de l'ordre $s$. Je désignerai par $g, \ldots, h$, les indices égaux ou inégaux, en nombre $s$, pris dans la suite $1, 2, \ldots, n$; pareillement $i, \ldots, j$ représenteront $r$ nombres quelconques de la même suite. Cela étant, si l'on différentie partiellement $s$ fois l'équation (1) par rapport aux variables $x_g, \ldots, x_h$, le résultat pourra s'écrire

$$\left(\frac{d^s f}{dx_g \ldots dx_h}\right) + \sum_{i \ldots j} \frac{df}{dp_{i \ldots j}} p_{i \ldots j g \ldots h} = 0, \tag{3}$$

le $\sum$ s'étendant à toutes les combinaisons $r$ à $r$, avec répétition, des nombres $1, 2, \ldots, n$. Quant à la partie affectée des parenthèses, elle désigne l'ensemble des termes que l'on obtient lorsqu'on fait varier partiellement, avec

$x_g, \ldots, x_h$, toutes les quantités renfermées dans $f$, à l'exception des dérivées partielles $p_l \ldots$ de l'ordre $(r+s-1)$, lesquelles s'introduisent à la $(s-1)^{ième}$ différentiation. La partie dont il s'agit est donc une expression de l'ordre $r+s-1$ relativement aux dérivées partielles $p_l \ldots$. On déduit pareillement de l'équation (2)

$$(4) \qquad \left(\frac{d^r F}{dx_i \ldots dx_j}\right) + \sum_{g \ldots h} \frac{dF}{dp_{g \ldots h}} p_{g \ldots h i \ldots j} = 0.$$

Si l'on multiplie cette équation par $\frac{df}{dp_{i \ldots j}}$, et que l'on prenne la somme des produits par rapport à toutes les combinaisons $r$ à $r$ des nombres de la suite $1, 2, \ldots, n$, on aura, en intervertissant les $\sum$ dans la seconde partie, et écrivant $p_{i \ldots j g \ldots h}$ au lieu de $p_{g \ldots h i \ldots j}$,

$$(5) \qquad \sum_{i \ldots j} \left(\frac{d^r F}{dx_i \ldots dx_h}\right) \frac{df}{dp_{i \ldots j}} + \sum_{g \ldots h} \frac{dF}{dp_{g \ldots h}} \sum_{i \ldots j} \frac{df}{dp_{i \ldots j}} p_{i \ldots j\, g \ldots h} = 0.$$

Or la somme qui figure à la fin de cette équation revient, en vertu de (3), à $-\left(\frac{d^s f}{dx_g \ldots dx_h}\right)$; on a donc finalement

$$(6) \qquad \sum_{i \ldots j} \left(\frac{d^r F}{dx_i \ldots dx_j}\right) \frac{df}{dp_{i \ldots j}} - \sum_{g \ldots h} \left(\frac{d^s f}{dx_g \ldots dx_h}\right) \frac{dF}{dp_{g \ldots h}} = 0.$$

Telle est la formule que je me proposais d'établir. L'équation (6) est de l'ordre $r+s-1$; mais comme elle provient de l'élimination des dérivées d'ordre $(r+s)$ entre des équations déduites de $f$ et de F respectivement par $s$ et $r$ différentiations partielles, elle n'est pas généralement une conséquence des équations de l'ordre $(r+s-1)$ obtenues en différentiant $(s-1)$ fois l'équation $f=0$, et $(r-1)$ fois l'équation $F=0$.

» Le cas le plus important est celui où, $f$ étant du premier ordre, F est d'un ordre quelconque $s$. La formule (6) devient dans le cas présent

$$(7) \qquad \sum_i \left(\frac{dF}{dx_i}\right) \frac{df}{dp_i} - \sum_{g \ldots h} \left(\frac{d^s f}{dx_g \ldots dx_h}\right) \frac{dF}{dp_{g \ldots h}} = 0,$$

et constitue une équation précisément du même ordre que l'équation (2). En désignant cette équation nouvelle par

$$(2_1) \qquad F_1 = 0,$$

et appliquant à (1) et $(2_1)$ la formule (7), on obtiendra une nouvelle équation, encore du même ordre $s$,

$$(2_2) \qquad F_2 = 0,$$

que l'on pourra traiter de la même manière, et ainsi de suite. Si le nombre des équations distinctes ainsi obtenues surpasse le nombre des dérivées partielles d'ordre $s$, on pourra éliminer ces dérivées, et l'on obtiendra une ou plusieurs équations de l'ordre $(s-1)$ auxquelles on pourra appliquer le même procédé, etc. Mais il pourra arriver que, sous certaines conditions, les équations déduites rentrent, à un certain moment, dans celles déjà obtenues; comme il peut arriver aussi que les deux équations proposées, si elles sont prises au hasard, soient incompatibles. Il est facile de donner des exemples de ces différents cas.

» La formule (7) peut, dans bien des circonstances, fournir un moyen d'élimination entre des équations simultanées aux différences partielles. Ainsi, par exemple, si l'on désigne par $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ trois fonctions des $n$ variables indépendantes $x_1$, $x_2$, $x_n$, et que l'on considère les trois équations

$$\beta_1\gamma_1 + \beta_2\gamma_2 + \ldots + \beta_n\gamma_n = 0,$$
$$\alpha_1\gamma_1 + \alpha_2\gamma_2 + \ldots + \alpha_n\gamma_n = 0,$$
$$\alpha_1\beta_1 + \alpha_2\beta_2 + \ldots + \alpha_n\beta_n = 0;$$

en prenant les deux premières de ces équations et appliquant à la fonction $\gamma$ $(n-2)$ fois la formule (7) où l'on supposera $r=1$ et $s=1$, on obtiendra $n$ équations homogènes et du premier ordre par rapport aux dérivées $\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_n$. On pourra donc éliminer ces dernières quantités, et l'on aura une équation entre les dérivées partielles de $\alpha$ et $\beta$ jusqu'à un certain ordre. En la combinant avec la troisième des proposées et appliquant à la fonction $\beta$ la formule (7) un nombre suffisant de fois, comme l'ordre par rapport à $\beta$ reste le même dans les équations déduites, on pourra éliminer toutes les dérivées relatives à $\beta$ et obtenir ainsi une équation où figureront les seules dérivées de $\alpha$. Je me borne présentement à ces considérations générales. »

GÉOMÉTRIE. — *Construction directe du rayon de courbure de la courbe de contour apparent d'une surface qu'on projette orthogonalement sur un plan.* Note de M. A. Mannheim, présentée par M. Chasles.

« L'emploi d'une normalie m'a permis d'arriver facilement à une construction directe du centre de courbure d'une section faite dans une surface par un plan oblique (1).

(1) Voir *Comptes rendus*, p. 259 de ce volume.

» Le même procédé conduit très-simplement aussi à une construction du centre de courbure de la courbe de contour apparent d'une surface que l'on projette orthogonalement sur un plan. C'est ce que je me propose de montrer.

» Soient (S) la surface donnée et (Q) le plan sur lequel on projette cette surface. La courbe dite de *contour apparent*, dont nous allons nous occuper, est la trace sur le plan (Q) d'un cylindre circonscrit à (S) dont les génératrices sont perpendiculaires à (Q).

» Désignons par $a'$ le point de cette courbe pour lequel nous cherchons le centre de courbure $\alpha$. Le point $a'$ est la projection du point $a$ de (S). Pour ce point $a$, je suppose connus : la normale A à (S), les deux centres de courbure principaux $b$ et $c$, situés sur cette normale, et les plans des sections principales de (S).

» Prenons la courbe de contact de (S) et du cylindre circonscrit à cette surface pour directrice d'une normalie à (S). Les génératrices de cette normalie étant des normales communes à (S) et au cylindre sont parallèles au plan (Q), et leurs projections sur ce plan sont des normales à la courbe de contour apparent.

» On connaît trois plans tangents de cette normalie, ce sont le plan tangent en $a$ et les plans tangents en $b$ et $c$. Ces deux derniers sont les plans des sections principales de (S) pour le point $a$. On peut donc facilement construire un paraboloïde ayant les mêmes plans tangents que la normalie le long de A. L'un des plans directeurs de ce paraboloïde est nécessairement (Q), puisque ce paraboloïde contient deux génératrices infiniment voisines appartenant à la normalie, et que nous avons remarqué que toutes les génératrices de cette surface sont parallèles à (Q). Prenons pour second plan directeur le plan tangent en $a$ à (S), que nous désignerons par (T).

» Le plan de projection (Q) étant perpendiculaire à ce dernier plan directeur, les génératrices du paraboloïde du même système que A se projettent suivant des droites concourantes en un même point $\alpha$.

» Mais ce point $\alpha$ est aussi le point de rencontre des projections des deux génératrices infiniment voisines communes à la normalie et au paraboloïde, et comme ces deux projections sont des normales de la courbe de contour apparent, $\alpha$ est le centre de courbure cherché.

» Pour déterminer ce point, on n'a donc qu'à construire une génératrice quelconque du paraboloïde du même système que A et à projeter cette droite ainsi que A sur le plan (Q); les projections de ces deux droites se couperont au point $\alpha$.

» Pour faire les constructions, menons de $b$ un plan parallèle au plan directeur (T). Ce plan coupe le plan tangent en $b$ à la normalie, c'est-à-dire le plan d'une section principale de (S) suivant une droite $B_1$. De même pour le centre de courbure principal $c$, on obtient $C_1$.

» Parallèlement à (Q) on mène une droite qui rencontre $B_1$ et $C_1$. La projection de cette droite sur (Q) rencontre la projection de A sur le même plan au centre de courbure cherché $\alpha$.

» Remarquons que les droites $B_1$ et $C_1$ sont les axes des cercles osculateurs des sections principales de (S), et, si le plan (Q) ne contient pas A, il suffit de joindre les traces de ces deux droites sur le plan (Q) pour avoir une droite qui coupe la projection de A au point $\alpha$.

» En prenant (Q) comme plan vertical de projection, et (T) comme plan horizontal de projection, la construction qui précède se réduit au tracé de quelques droites. Ce tracé permet tout de suite d'apercevoir deux triangles semblables, et la proportion qu'on établit entre les côtés de ces triangles conduit à la relation connue (1)

$$r = R_1 \sin^2 \omega + R_2 \cos^2 \omega,$$

dans laquelle $r$ est le rayon de courbure de la courbe de contour apparent, $R_1$, $R_2$ les rayons de courbure principaux de (S), et $\omega$ l'angle que fait une perpendiculaire à (Q) avec le grand axe de l'indicatrice de (S) en $a$.

» Le tracé qui précède donne lieu aux remarques suivantes :

» *Lorsque le plan de projection* (Q) *est également incliné sur les plans des sections principales de* (S) *en $a$, le rayon de courbure en $a'$ de la courbe de contour apparent de* (S) *est égal à la demi-somme des rayons de courbure principaux de cette surface en $a$.*

» *Lorsque le plan de projection* (Q) *est perpendiculaire à l'un des diamètres conjugués égaux de l'indicatrice de* (S) *en $a$, l'inverse du rayon de courbure en $a'$ de la courbe de contour apparent de* (S) *est égal à la demi-somme des inverses des rayons de courbure principaux de cette surface.*

» *Lorsque le plan de projection* (Q) *est perpendiculaire à l'une des asymptotes de l'indicatrice de* (S) *en $a$, le rayon de courbure en $a'$ de la courbe de contour apparent est nul.*

» *Enfin lorsque le plan de projection* (Q) *est parallèle à l'une des asymptotes*

---

(1) *Mémoire sur les pinceaux de droites, etc.* (*Journal de Mathématiques*, 2e série, t. XVII; 1872.) — *Mémoire sur la transformation par polaires réciproques.* (*Journal de Mathématiques*, 2e série, t. XI; 1866.)

*de l'indicatrice de* (S) *en* $a$ *et à la normale* A, *le rayon de courbure en* $a'$ *de la courbe de contour apparent de* (S) *est égal à la différence des rayons de courbure principaux de cette surface.*

» Cette dernière circonstance se présente lorsqu'on projette une surface réglée sur un plan parallèle à l'une des génératrices de cette surface.

» *Remarque.* — On peut considérer le contour apparent de (S) en prenant, non plus un cylindre circonscrit, mais un cône. Dans ce cas, la construction du rayon de courbure de la courbe de contour apparent se ramène à celle que nous venons de trouver, en appliquant le théorème suivant :

» *Un cône et un cylindre circonscrits à une surface qui ont une génératrice commune sont osculateurs entre eux au point où cette génératrice touche la surface.* »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la limite du degré des groupes primitifs qui contiennent une substitution donnée;* Note de M. C. **Jordan**.

« Nous avons démontré en 1871, dans le *Journal de M. Liouville*, le théorème suivant :

» *Si un groupe primitif* G, *ne contenant pas le groupe alterné, contient une substitution* A, *qui ne déplace que* $m$ *lettres, le degré de* G *ne pourra dépasser une certaine limite dépendante du nombre* $m$.

» Si donc on répartit les groupes primitifs en classes, d'après le nombre de lettres que déplace celle de leurs substitutions qui en contient le moins, chaque classe ne renfermera qu'un nombre limité de groupes.

» La démonstration que nous avons donnée de cette proposition fondamentale, dans le Mémoire cité, offre le double inconvénient d'être très-compliquée et de fournir une limite beaucoup trop élevée.

» L'importance de cette question nous a déterminé à y revenir récemment (*Bulletin de la Société mathématique de France*, t. I$^{er}$). Dans ce nouveau Mémoire, comme dans le précédent, nous avons admis que la substitution donnée A avait pour ordre un nombre premier $p$. Cette hypothèse pouvait se faire sans porter atteinte à la généralité de la question; car une substitution quelconque, élevée à une puissance convenable, donne une substitution d'ordre premier.

» Cela posé, appelant $q$ le nombre des cycles de A, nous avons formulé le théorème suivant :

» *Si p est supérieur à* $\frac{2}{\log 2} q \log q + q + 1 = f(q)$, *le degré de* G *ne pourra surpasser* $pq + \frac{2}{\log 2} q \log q + 2q$.

» Cette nouvelle limite est déjà assez rapprochée; mais les considérations qui servent à l'établir sont encore difficiles. D'ailleurs elles laissent entièrement de côté le cas fort important où l'on a $p \overline{\overline{<}} f(q)$.

» La nouvelle méthode qui fait l'objet de notre Mémoire actuel embrasse au contraire tous les cas; elle repose d'ailleurs sur des principes très-simples, que nous allons exposer en peu de mots.

» Soient A, A',... les substitutions semblables à A que contient le groupe G; on sait que le groupe H, dérivé de ces substitutions, doit être transitif.

» Soit $\Gamma_0$ le groupe dérivé de celles des substitutions A, A',... qui ne déplacent d'autres lettres que celles de A. Si $\Gamma_0$ n'est pas transitif, ses lettres pourront se répartir en classes, en groupant ensemble celles que $\Gamma_0$ permute entre elles. Soient $N_0 = pq$ le nombre total des lettres de $\Gamma_0$; $M_0 \overline{\overline{>}} p$ le nombre des lettres de la classe la plus nombreuse $C_0$; $K \overline{\overline{<}} q$ le nombre des classes.

» Le groupe H étant transitif, l'une au moins des substitutions A, A',... permutera, dans ses cycles, des lettres de $C_0$ avec d'autres lettres. Si, parmi les substitutions jouissant de cette propriété, il en existe une $\mathcal{A}$ qui remplace toutes les lettres de $C_0$ par d'autres lettres étrangères à cette classe, le groupe $\Gamma_1$ formé par celles des substitutions de A, A',... qui ne déplacent que les lettres contenues dans $\Gamma_0$ ou dans $\mathcal{A}$ contiendra $N_1$ lettres, formant $K_1$ classes, dont la plus nombreuse contiendra $M_1$ lettres, $N_1$, $K_1$, $M_1$ satisfaisant aux inégalités

$$N_1 \overline{\overline{<}} N_0 + pq - M_0, \quad K_1 \overline{\overline{<}} N_0 + q - \frac{eM_0}{p}, \quad M_1 \overline{\overline{>}} eM_0 \overline{\overline{>}} ep$$

($e$ étant égal à 2 si $p = 2$, à $\frac{2p}{p-1}$ si $p$ est impair).

» On pourra raisonner sur $\Gamma_1$ comme sur $\Gamma_0$, et ainsi de suite, jusqu'à un groupe $\Gamma_\mu$, pour lequel on aura

$$N_\mu \overline{\overline{<}} N_0 + \mu pq - (M_0 + \ldots + M_{\mu-1}) \overline{\overline{<}} (\mu + 1)pq - p\frac{e^\mu - 1}{e - 1},$$

$$K_\mu \overline{\overline{<}} K_0 + \mu q - \frac{e}{p}(M_0 + \ldots + M_{\mu-1}) \overline{\overline{<}} (\mu + 1)q - e\frac{e^\mu - 1}{e - 1}, \quad M_\mu \overline{\overline{>}} e^\mu p$$

et tel qu'il soit impossible de trouver, dans la suite A, A',..., une substi-

tution qui remplace toutes les lettres de la classe $C_\mu$ par d'autres lettres étrangères à cette classe.

» Cela posé, on voit aisément que la suite A, A',... contient une substitution $A_\mu$ qui remplace une des lettres de $C_\mu$ par une des lettres contenues dans les autres classes du groupe $\Gamma_\mu$, et qui, en outre, ne contienne, dans aucun de ses cycles, plus d'une lettre différente de celles que $\Gamma_\mu$ déplaçait. La substitution $A_\mu$ étant ainsi choisie, considérons le groupe $\Gamma_{\mu+1}$, dérivé de celles des substitutions A, A',... qui ne déplacent que les lettres contenues dans $\Gamma_\mu$ et dans $A_\mu$. On aura

$$N_{\mu+1} \overline{\overline{<}} N_\mu + q, \quad K_{\mu+1} \overline{\overline{<}} K_\mu - 1.$$

» Raisonnant sur $\Gamma_{\mu+1}$ comme sur $\Gamma_\mu$, et ainsi de suite, on arrivera à un groupe $\Gamma$ contenant un nombre de lettres N, au plus égal à $N_\mu + (K_\mu - 1)q$, ces lettres ne formant plus qu'une seule classe. On a donc ce résultat :

» *Le groupe* G *contient un groupe transitif* $\Gamma$ *dérivé de substitutions de la suite* A, A',... *et dont le degré* N *est au plus égal à* $N_\mu + (K_\mu - 1)q$.

» Le groupe $\Gamma$ peut n'être pas primitif; mais on voit aisément qu'il est impossible d'y répartir les lettres en systèmes contenant plus de $q$ lettres chacun. D'après notre Mémoire de 1871, théorème I[er], si $n$ est le degré de G, ce groupe sera au moins $n - N - 2q + 3$ fois transitif. Donc aucune de ses substitutions ne pourra déplacer moins de $2(n - N - 2q + 3) - 3$ lettres; mais il contient des substitutions qui en déplacent $pq$ : on aura donc

$$2(n - N - 2q + 3) - 3 \overline{\overline{<}} pq,$$

$$n \overline{\overline{<}} N + 2q + \frac{pq-3}{2} \overline{\overline{<}} N_\mu + (K_\mu + 1)q + \frac{pq-3}{2}.$$

» Si l'on substitue dans le second membre, à la place de $N_\mu$ et de $K_\mu$, leu rslimites supérieures trouvées plus haut, on obtiendra une fonction de $\mu$, dont on déterminera sans peine le maximum, lequel sera la limite supérieure que $n$ ne peut dans aucun cas dépasser. On trouvera ainsi

$$n \overline{\overline{<}} q(p+q)\left[\log\frac{q(p+q)}{p+eq} - \log\frac{e-1}{\log e} + 1 - \frac{1}{\log e}\right] + \frac{p+q}{e-1} + 2q + \frac{pq-3}{2},$$

formule qu'il serait d'ailleurs aisé de simplifier en sacrifiant un peu de précision. »

ASTRONOMIE. — *Éléments et éphéméride de la planète* (127); par M. H. Renan. (Note présentée par M. Le Verrier.)

« Cette planète a été découverte à l'Observatoire de Paris par M. Prosper Henry, le 5 novembre 1872, et depuis cette date jusqu'au 2 janvier 1873,

au moyen d'une éphéméride calculée par M. Baillaud, il en a été fait, tant à l'Observatoire de Paris qu'à celui de Marseille, huit observations équatoriales. C'est en partant de ces huit observations que j'ai calculé les éléments suivants :

Époque 1874, avril 17,0, temps moyen de Greenwich.

| | | |
|---|---|---|
| Anomalie moyenne........ | 35°. 4′.10″,6 | |
| Longit. du périhélie....... | 122.55.29,8 | Équinoxe moyen de 1874,0. |
| Long. du nœud ascendt... | 31.41.41,3 | Équinoxe moyen de 1874,0. |
| Inclinaison.............. | 8.17.28,2 | Équinoxe moyen de 1874,0. |
| Angle (sin = excentricité).. | 3.35.47,8 | |
| Moyen mouvement diurne.. | 776″,368 | |
| Log *a*.................. | 0,439959 | |

» La comparaison des observations aux positions fournies par ces éléments m'a donné

| | | |
|---|---|---|
| 1872. Nov. 5..... | $d\alpha = -11'',7$ | $d\delta = +10'',3$ |
| 9..... | − 0,3 | + 0,3 |
| 22..... | + 1,2 | + 3,8 |
| 28..... | + 8,9 | + 3,6 |
| Déc. 23..... | −10,0 | − 1,1 |
| 26..... | − 7,5 | + 0,4 |
| 29..... | − 0,4 | + 8,5 |
| 1873. Janv. 2..... | + 5,2 | + 9,5 |

» Comme on le voit, la différence la plus forte est la première, mais l'observation du 5 novembre, jour de la découverte, avait été contrariée par un temps très-défavorable.

» Au moyen des éléments ci-dessus, j'ai ensuite calculé l'éphéméride suivante :

*Éphéméride pour midi moyen de Greenwich.*

| | Ascension droite apparente. | Déclinaison apparente. | log Δ. |
|---|---|---|---|
| | h m s | ° ′ ″ | |
| 1874. Mai 1.. .. | 9.54.52,9 | +20.13.33 | 0,3436 |
| 2..... | 55.25,9 | 20. 6.22 | 0,3461 |
| 3..... | 56. 0,0 | 19.59. 7 | 0,3486 |
| 4..... | 56.35,4 | 51.47 | 0,3511 |
| 5..... | 57.11,9 | 44.23 | 0,3536 |
| 6..... | 57.49,5 | 36.55 | 0,3561 |
| 7..... | 58.28,2 | 29.22 | 0,3586 |
| 8..... | 59. 8,0 | 21.44 | 0,3611 |
| 9..... | 9.59.48,9 | 14. 3 | 0,3636 |
| 10..... | 10. 0.30,9 | 19. 6.18 | 0,3661 |

| | Ascension droite apparente. | Déclinaison apparente. | log Δ. |
|---|---|---|---|
| | h m s | ° ′ ″ | |
| 1874. Mai 11..... | 10. 1.13,9 | 18.58.29 | 0,3685 |
| 12..... | 1.57,9 | 50.36 | 0,3709 |
| 13..... | 2.43,0 | 42.39 | 0,3733 |
| 14..... | 3.29,1 | 34.38 | 0,3757 |
| 15..... | 4.16,2 | 26.34 | 0,3781 |
| 16..... | 5. 4,2 | 18.26 | 0,3805 |
| 17..... | 5.53,2 | 10.14 | 0,3829 |
| 18..... | 6.43,1 | 18. 1.58 | 0,3853 |
| 19..... | 7.33,8 | 17.53.37 | 0,3876 |
| 20..... | 8.25,4 | 45.14 | 0,3900 |
| 21..... | 9.17,9 | 36.47 | 0,3923 |
| 22..... | 10.11,3 | 28.17 | 0,3946 |
| 23..... | 11. 5,5 | 19.44 | 0,3969 |
| 24..... | 12. 0,5 | 11. 8 | 0,3992 |
| 25..... | 12.56,4 | 17. 2.28 | 0,4015 |
| 26..... | 13.52,9 | 16.53.45 | 0,4038 |
| 27..... | 14.50,1 | 44.59 | 0,4060 |
| 28..... | 15.48,1 | 36.10 | 0,4082 |
| 29..... | 16.46,8 | 27.17 | 0,4104 |
| 30..... | 17.46,3 | 18.21 | 0,4126 |
| 31..... | 10.18.46,5 | 16. 9.23 | 0,4148 |

» La planète a été retrouvée par MM. Henry, dans la nuit du 17 avril, et la correction de l'éphéméride était, ce jour-là,

$$\text{En } \mathcal{R} \quad +2^{m}43^{s}, \quad \text{en } \delta \quad -16'.$$

» La grandeur de la planète était 11,5 faible. »

PHYSIQUE. — *Sur la loi élémentaire des actions électrodynamiques.* Note de M. J. **Moutier**, présentée par M. H. Sainte-Claire Deville. (Extrait.)

« Ampère a expliqué les phénomènes électrodynamiques au moyen d'une loi élémentaire qui repose sur la considération de trois cas d'équilibre convenablement choisis. M. Bertrand a fait voir récemment que le nombre des expériences fondamentales se réduit à deux (1). L'auteur de la *Théorie des phénomènes électrodynamiques* avait ainsi écarté toute hypothèse relative à la nature intime des phénomènes; mais cependant, sous l'influence des découvertes de Fresnel, il s'était préoccupé des analogies que présentent

(1) *Comptes rendus*, t. LXXV, p. 733.

la lumière et l'électricité; il avait exposé même quelques vues théoriques sur l'action mutuelle des courants. Dans ces dernières années, M. de Colnet d'Huart et M. Renard ont rattaché les phénomènes électrodynamiques à la théorie de l'élasticité et ont retrouvé par des voies différentes la formule d'Ampère.

» Dans le Mémoire que j'ai l'honneur de soumettre au jugement de l'Académie, j'ai pris pour point de départ les considérations exposées par Ampère, et j'ai cherché à les formuler, au point de vue mécanique, en regardant l'électricité comme le résultat d'un mouvement vibratoire de l'éther. En suivant cet ordre d'idées, j'ai cherché déjà l'explication de quelques phénomènes électriques (1); dans ce travail, je me suis occupé des actions électrodynamiques.

» I. Si l'on considère le courant électrique comme un mouvement transmis par l'éther du conducteur, l'intensité du courant est alors mesurée par la quantité de mouvement de l'éther rapportée à l'unité de longueur du conducteur.

» En projetant la vitesse dont l'éther est animé sur trois directions rectangulaires, on est conduit immédiatement à remplacer le courant par ses projections sur ces trois directions.

» II. Considérons d'abord deux éléments de courant $ds$ et $ds'$ parallèles entre eux et perpendiculaires à la droite qui les joint. Soient $i$ et $i'$ les intensités de ces courants, $r$ leur distance.

» En un point de l'un des conducteurs $ds$, l'éther est animé de deux vitesses : l'une est due au courant $ds$ lui-même, l'autre provient du courant $ds'$. En admettant que la vitesse de l'éther se propage autour de chaque conducteur traversé par un courant d'après la même loi que dans la théorie des ondulations, on peut déterminer la vitesse relative de l'éther en un point de chaque conducteur. L'éther exerce en ce point une pression proportionnelle au carré de sa vitesse relative; l'analyse de ces pressions montre qu'il s'exerce entre les deux courants élémentaires une action réciproque, dirigée suivant la ligne de jonction, attractive ou répulsive suivant que les courants sont de même sens ou de sens contraire, ayant pour expression

$$2\frac{i\,ds\,i'\,ds'}{r^2}.$$

(1) *Comptes rendus*, t. LXIII, p. 299. — *Annales de Chimie et de Physique*, 4e série, t. XVI, p. 108. — *Bulletin de la Société philomathique*, t. X, p. 54. — *L'Institut*, 10 mars 1874.

» III. Considérons maintenant le cas ou les deux éléments de courant sont situés sur le prolongement l'un de l'autre.

» On peut assimiler le phénomène qui se passe dans l'un des conducteurs au mouvement d'un fluide qui posséderait des vitesses égales aux vitesses relatives de l'éther en chaque point du conducteur. En appliquant alors le théorème de Bernoulli, la différence des pressions qui s'exercent aux extrémités du conducteur élémentaire correspond à une action réciproque, dirigée suivant la ligne qui joint les éléments, attractive ou répulsive suivant que les courants sont de sens contraire ou de même sens, ayant pour expression

$$\frac{i\,ds\,i'\,ds'}{r^2}.$$

» IV. Il est facile de passer au cas de deux courants élémentaires situés d'une manière quelconque en décomposant les deux courants, comme on le fait habituellement.

» Soient $\theta$ et $\theta'$ les angles de $ds$ et de $ds'$ avec la ligne de jonction des deux éléments; $\varepsilon$ l'angle que forment les plans menés par la ligne de jonction et par chacun des éléments. Pour trouver l'action des deux courants élémentaires, il suffit d'examiner les actions mutuelles suivantes :

» 1° L'action de deux courants parallèles perpendiculaires à la ligne de jonction. Cette action, d'après ce qui précède, a pour valeur

$$f = 2\,\frac{i\,ds\,i'\,ds'}{r^2}\sin\theta\sin\theta'\cos\varepsilon.$$

» 2° L'action de deux courants situés en ligne droite. Cette action, d'après ce qui précède, a pour valeur

$$f' = \frac{i\,ds\,i'\,ds'}{r^2}\cos\theta\cos\theta'.$$

» 3° Les actions des autres courants provenant de la décomposition de $ds$ et de $ds'$. Ces actions sont nulles dans la théorie précédente.

» L'action mutuelle des deux courants est alors

$$F = f - f'.$$

» On retrouve ainsi la formule d'Ampère multipliée par 2; on sait qu'il faut multiplier cette formule par 2 pour faire coïncider les intensités des courants dans l'électrodynamique et dans l'électromagnétisme.

» V. Le travail qui résulte du déplacement de deux conducteurs traversés

par des courants d'intensité constante se déduit, comme on sait, de la formule d'Ampère.

» Des considérations géométriques montrent que, dans le cas des courants fermés, le travail élémentaire entre les deux courants $d\varpi$ ne dépend que des forces $f'$. Il a pour expression

$$d\varpi = - ii'dW,$$

où W représente la fonction que M. Helmholtz appelle le *potentiel relatif* à l'action mutuelle des deux courants, lorsque les intensités sont égales à l'unité.

» VI. La loi d'Ampère ne s'applique pas aux phénomènes d'induction. Les considérations précédentes permettent d'aborder l'étude de ces phénomènes. Il y a deux cas à distinguer, suivant que l'induction est produite par un changement d'intensité ou par le mouvement des conducteurs :

» 1° Soient deux courants fermés $s$ et $s'$, dont les intensités soient $i$ et $i'$. Si l'intensité du courant $s'$ augmente et devient $i' + di'$, la vitesse relative de l'éther dans le conducteur $s$ éprouve une variation qui correspond à un courant d'induction dans ce conducteur, et la demi-variation de la force vive de l'éther de ce conducteur a pour valeur

$$W i di'.$$

» On retrouve ainsi l'expression connue du travail relatif à ce phénomène d'induction.

» 2° Si, au contraire, l'intensité du courant $s'$ restant constante, le conducteur $s'$ se rapproche de $s$, il en résulte également une variation de la vitesse de l'éther dans le conducteur $s$; ce changement de vitesse correspond à un courant d'induction dans ce conducteur, et la demi-variation de la force vive de l'éther du conducteur a pour valeur

$$ii'dW.$$

» On retrouve aussi une expression connue. La demi-variation de force vive de l'éther est égale au travail élémentaire $d\varpi$ qui résulte du mouvement du conducteur $s'$ pris avec le signe contraire. »

PHYSIQUE. — *Observations relatives aux expériences de M.* Tyndall, *sur la transparence et l'opacité acoustiques de l'atmosphère.* Note de M. **Baudrimont**, présentée par M. Peligot.

« Le principal fait observé par M. Tyndall consiste en ce que, par un temps calme, et l'atmosphère étant d'une transparence parfaite au point

de vue optique, il est arrivé que le son rendu par des instruments d'une grande puissance et même le bruit du canon s'éteignaient à une distance trois et même quatre fois plus faible que celle à laquelle ils parvenaient dans des circonstances qui paraissaient beaucoup moins favorables.

» M. Tyndall a émis l'opinion que l'extinction du son, dans la condition qui vient d'être signalée, pouvait avoir pour cause des mélanges imparfaits et inégaux d'air et de vapeur d'eau, formant dans l'atmosphère des espaces à différents degrés de saturation, et qu'aux surfaces limites de ces espaces, quoique invisibles, il devait y avoir les conditions nécessaires pour produire des échos partiels et, par conséquent, une réflexion et une perte de son (1).

» L'existence d'un écho qui paraît être attribué à la réflexion du son sur la surface de la couche aérienne, invisible, qui ne transmettait pas le son, a d'ailleurs été observée et a paru confirmer l'origine hypothétique de l'extinction de ce dernier.

» Les faits qui viennent d'être exposés méritent un intérêt considérable, parce qu'ils se rattachent à un système de signaux acoustiques destinés à remplacer ceux donnés par les phares lumineux, afin de servir de guides aux navires lorsqu'un brouillard ou des vapeurs épaisses, imperméables à la lumière, ne permettent pas qu'ils soient aperçus.

» L'explication donnée au phénomène de l'extinction acoustique peut être vraie; mais elle ne paraît pas suffisamment démontrée pour qu'elle puisse être admise sans qu'on la soumette à un examen spécial; car, jusqu'à ce que l'on en ait obtenu une démonstration suffisante, il sera permis de la mettre en doute.

» En effet, on comprend difficilement que, par un temps calme, il s'élève des nappes ou même de simples colonnes verticales d'air, chargées de quantités d'humidité fort différentes.

» On conçoit, au contraire, que l'air saturé d'humidité à la surface de l'eau transmet cette humidité de proche en proche et de bas en haut, et que ce sont plutôt des couches horizontales d'air, contenant des quantités variables d'humidité, que des couches verticales qui doivent se produire.

» On ne comprend pas bien non plus, dans la théorie qui a été exposée, pourquoi les couches contenant des quantités variables d'humidité ne se produiraient qu'à une certaine distance du rivage et pourraient ainsi

(1) *Les Mondes*, numéro du 9 avril, p. 653.

donner naissance à une paroi verticale qui réfléchirait le son et produirait les échos qui ont été observés.

» Si la paroi réfléchissante à laquelle on attribue ces échos existe réellement, il est indispensable de lui attribuer une autre origine.

» La vitesse du son dans l'air humide doit être plus grande que dans l'air sec, parce que ce dernier est plus dense que le premier. Sans faire intervenir la formule de Laplace, si l'on prend simplement celle de Newton, exprimant la vitesse du son dans les fluides élastiques, on a

$$v = \sqrt{\frac{e}{d}} \text{ qui donne } v^2 d = e;$$

d'où l'on déduit que les densités des fluides élastiques sont en raison inverse du carré de la vitesse du son dans ces mêmes fluides.

» Si l'air reposant sur l'eau de la mer est saturé d'humidité à sa partie inférieure, et si cette humidité va en décroissant à mesure que l'air s'élève au-dessus de la surface de l'eau, on comprend que le son parcourra l'espace avec plus de rapidité dans les couches inférieures que dans les couches supérieures.

» La vitesse du son variant avec la densité de l'air et devenant d'autant plus grande que celle-ci diminue en se rapprochant de la surface de l'eau, il en résulte qu'un rayon sonore, incliné de haut en bas, en partant de sa source, ne s'éloignerait point en ligne droite, mais en parcourant une ligne courbe qui irait en se relevant et qui, à une certaine distance de son origine, deviendrait horizontale. Les ondes sonores se trouvant déformées par ce fait finiraient par s'éteindre, ou au moins par ne plus produire un son.

» Pour bien comprendre ce qui vient d'être exposé, il faut prendre en considération que le son n'est pas seulement dû aux ondes *évasives* ou s'éloignant de son origine et devant leur existence à une propulsion, mais qu'il leur faut le concours des ondes *invasives*, produites par le mouvement inverse du corps vibrant, ainsi que je l'ai signalé à l'attention des savants (1), et que je me suis efforcé de le démontrer (2).

» Lorsque les ondes évasives sont devenues horizontales, les ondes invasives ne peuvent plus coïncider avec elles au delà de ce lieu, et il en résulte forcément l'extinction du son.

» Pour ce qui est relatif à la couche verticale à laquelle on a attribué l'origine des échos, il est probable qu'elle est due à des courants qui

---

(1) *Comptes rendus*, t. XXXIII, p. 428; 1851.

(2) *Mémoire de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*; 1864.

existent dans le pas de Calais. Ce sont ces courants, venant de localités fort distinctes, qui entraînent probablement avec eux des masses d'air qui peuvent différer beaucoup par leur température, leur degré d'humidité et leur densité de celles qu'elles rencontrent dans le détroit où le phénomène a été observé.

» A Bordeaux, lorsque la température du continent diffère sensiblement de celle de l'Océan, on observe journellement des variations de température qui sont dues à des masses d'air entraînées par les eaux du fleuve dont le cours change complétement quatre fois par jour.

» Les courants d'air, déterminés par le mouvement de l'eau qui les entraîne, agissent d'autant plus efficacement pour réfléchir le son, qu'ils présentent des différences les uns à l'égard des autres non-seulement au point de vue de la quantité d'eau qu'ils tiennent en dissolution, mais aussi à celui de la température; d'où il résulte que les densités et par suite la vitesse du son peuvent présenter de plus grandes différences.

» J'ose espérer que M. Tyndall, dont le génie scientifique est apprécié par tous à sa haute valeur, ne verra, dans les observations qui précèdent, qu'un moyen que je lui offre de vérifier des faits qui ont la plus haute importance. »

BALISTIQUE. — *Études sur les propriétés des corps explosibles;* par M. T.-A. ABEL. Deuxième Mémoire (Extrait) (1).

« Les recherches qu'on va publier dans ce Mémoire sont la suite de celles qui ont été décrites dans le Mémoire sur les agents explosibles, publié en 1869 (2); elles ont principalement pour but l'examen des conditions à remplir pour déterminer la détonation des substances explosibles, et les circonstances et les résultats qui accompagnent la *transmission* de la détonation.

» Le caractère exceptionnel que présentent certains corps explosibles au point de vue de leur aptitude à provoquer, par leur explosion, la détonation d'autres substances, déjà examinée et démontrée dans le Mémoire précédent, a été confirmé par de nouvelles expériences. La susceptibilité de certaines substances, quand on les soumet aux effets de la détonation

(1) L'Académie a décidé que cette Communication, bien que dépassant en étendue les limites réglementaires, serait insérée en entier aux *Comptes rendus*.

(2) Voir *Comptes rendus*, t. LXIX, p. 105.

de certains composés, et leur inertie remarquable sous l'influence de la détonation de certains autres composés, qui d'ailleurs ne sont pas inférieurs aux premiers, quant à la force mécanique et à la chaleur développées par leur explosion, ont amené l'auteur à la conclusion qui s'y trouve énoncée et qu'on rappelle ici. Une similitude de caractère ou synchronisme dans les vibrations développées par l'explosion de certaines substances pourrait favoriser la détonation d'une substance par la détonation initiale d'une petite quantité d'une autre, tandis qu'à défaut d'un tel synchronisme une détonation initiale bien plus puissante ou l'application d'une force bien plus considérable serait nécessaire pour effectuer cette détonation par influence. Cette hypothèse, qui a été favorablement accueillie comme servant à expliquer d'une manière rationnelle l'anomalie apparente des faits cités, semble avoir reçu un nouvel appui des expériences de MM. Champion et Pellet sur l'iodure d'azote et d'autres composés explosibles, démontrant que l'explosion de certains corps sensibles ne peut être déterminée que par les vibrations d'un son d'une élévation donnée, et que l'explosion d'une substance donnée ne détermine le chant que des flammes sensibles qui représentent certaines notes d'une gamme, les autres flammes de la gamme étant mises en action par une explosion beaucoup plus forte de la même substance, ou par une explosion faible produite par un autre corps.

» MM. Champion et Pellet ont fait des expériences sur la transmission de la détonation à l'iodure d'azote à des distances considérables au moyen de tubes. M. Pranzl, capitaine du Génie autrichien, a aussi fait quelques expériences, d'un caractère purement pratique, sur la transmission de la détonation par l'explosion d'une charge de dynamite à des cartouches de dynamite, séparées par des intervalles dans des tubes de fer. M. Abel a cru que des expériences systématiques sur la transmission de la détonation au moyen de tubes et en faisant usage d'agents explosibles d'une sensibilité moins grande, mais d'une composition plus uniforme et plus constante que celle de l'iodure d'azote, pourraient contribuer à préciser la manière dont se comportent les substances explosibles sous l'influence de détonations produites sous des conditions diverses.

» Il expérimenta d'abord avec des tubes en fer forgé de 25 à 101 millimètres de diamètre et de 153 millimètres à $2^{m},12$ de longueur. Il employa comme agents explosibles la poudre-coton dans des conditions mécaniques diverses, la dynamite, le fulminate de mercure et certaines préparations qui contenaient ce dernier comme ingrédient.

» Entre autres résultats intéressants obtenus dans le cours de ces expériences on reconnut, entre le coton-poudre et le fulminate de mercure, quant à la transmission de la détonation de l'un à l'autre, un manque de réciprocité dans leur mode d'action, semblable à celui qu'on avait déjà observé avec la nitroglycérine, le chlorure d'azote et le coton-poudre. Ces expériences montrèrent aussi que les conditions changent d'une manière remarquable, lorsqu'on dépasse certaines limites dans la quantité de substance employée comme *détonateur* initial. Ainsi, pour faire détoner du coton-poudre inséré dans l'une des extrémités d'un tube en fer qui n'avait que 152 millimètres de longueur et 25 millimètres de diamètre, il ne fallut pas moins de 7 grammes de fulminate de mercure fortement renfermé. Or cette charge est 50 fois plus forte que celle qui suffit pour assurer la détonation du coton-poudre comprimé, lorsqu'il est en contact immédiat avec le fulminate en explosion. D'un autre côté, la détonation de 7 grammes de coton-poudre comprimé et mis dans l'une des extrémités d'un conduit composé de deux tubes de fer placés bout à bout et mesurant ensemble $2^m,128$ de longueur et ayant chacun 31 millimètres de diamètre, fit détoner du fulminate inséré dans l'autre extrémité, tandis que pour provoquer la détonation du coton-poudre à travers un conduit de mêmes dimensions que ce dernier, il fallut 14 grammes de fulminate de mercure renfermé. De plus, 7 grammes de cette substance suffirent à peine pour développer la détonation à travers un tube d'un plus petit diamètre et qui n'avait que 152 millimètres de longueur, et 10 grammes pour la transmettre à travers un tube semblable de 525 millimètres de longueur seulement.

» Ces exemples suffisent pour indiquer la direction des résultats instructifs obtenus dans cette série d'expériences.

» Quelques expériences sur une échelle relativement grande, avec les matières explosibles dont on vient de parler, ont été faites pour constater l'influence de *la matière composant le tube* sur l'effet produit. On a obtenu aussi des résultats frappants, en interposant sur le parcours de l'onde gazeuse des obstacles très-légers, des flocons de coton non tassé par exemple, qui contrariaient la transmission de la détonation, qui était certaine, d'ailleurs, quand le passage n'était pas obstrué par ces faibles obstacles.

» Mais ces points ont été examinés plus en détail dans une série d'expériences exactes, faites sur une petite échelle avec du fulminate d'argent : les tubes employés étaient de même diamètre et de même épaisseur, mais ils variaient en longueur et étaient faits de matières différentes, savoir : verre, étain, laiton, papier, caoutchouc vulcanisé. Tout d'abord, les résul-

tats obtenus semblent montrer une différence considérable entre les tubes de matière différente relativement à leur aptitude à favoriser la transmission de la détonation; les tubes de verre étaient bien supérieurs aux autres à cet égard. Mais des expériences ont établi que cette différence n'est pas due, à un degré décisif, aux propriétés physiques : sonorité, élasticité, particulières à la substance des tubes, mais spécialement et surtout aux différents degrés d'aspérité de leur surface intérieure, et par conséquent à la diverse résistance opposée par ces surfaces à l'onde gazeuse. Ainsi, en revêtant d'une très-légère couche de blanc d'Espagne la surface intérieure d'un tube de verre, on a réduit d'environ deux tiers son aptitude à favoriser la transmission de la détonation, tandis que la facilité de transmission à travers un tube de laiton a été presque doublée en polissant ce tube à l'intérieur, et qu'elle a été triplée dans un tube de papier, quand on a revêtu son intérieur de papier glacé.

» Voici quelques-uns des faits établis par ces expériences relativement à la transmission de la détonation dans les tubes.

» 1. La distance à laquelle la détonation peut se transmettre, au moyen d'un tube, à une masse distincte de matière explosible est subordonnée aux conditions suivantes :

» *a.* A la nature et à la quantité de la substance employée comme *détonateur* initial, ainsi qu'à la nature de la substance qu'on veut faire détoner, mais non pas à la quantité de celle-ci ni à l'*état mécanique* dans lequel elle est exposée à l'action de la détonation;

» *b.* Au rapport qui existe entre le diamètre du détonateur, celui de la charge qu'on veut faire détoner, et celui du tube employé;

» *c.* A la ténacité ou à la roideur de la matière qui compose le tube, et, par suite, à la résistance qu'il offre à la transmission latérale de la force développée à l'instant de la détonation : cette dernière condition ne paraît pas affecter d'une manière importante les résultats produits par les détonations sur une petite échelle; mais l'influence en devient décidément manifeste dans les opérations faites sur une plus grande échelle;

» *d.* Au degré d'aspérité de la surface intérieure du tube employé pour transmission de la détonation, ou en d'autres termes au degré de résistance opposé aux ondes gazeuses, et, par conséquent, à la quantité de force dépensée pour vaincre le frottement du gaz sur les parois du tube ou tout autre obstacle introduit dans ce dernier;

» *e.* Au degré de perfection du conduit et aux positions assignées au *détonateur* et à la charge qu'on veut faire détoner. Si le tube est fendillé ou

agrandi soit à l'endroit de la détonation, soit à tout autre endroit; s'il est endommagé par les effets d'une détonation antérieure, par exemple, ou s'il y existe même une légère solution de continuité, il en résulte une diminution proportionnelle dans l'étendue de la transmission de la force. Si l'agent détonant, ou la substance qu'on veut faire détoner, est placé à l'orifice du tube au lieu d'être inséré dans ses extrémités, il est évident que les conditions deviennent comparativement défavorables à la transmission de la détonation. D'un autre côté, si l'on introduit l'agent détonant à quelque distance dans l'intérieur du tube ou si on l'insère dans l'extrémité, la perte de force par la dispersion latérale étant diminuée, l'onde gazeuse conserve sa force de détonation à une plus grande distance du point de départ.

» 2. Abstraction faite de la solidité ou du pouvoir de résister à un déchirement ou à une désagrégation, la nature de la matière dont se compose le tube à travers lequel la détonation est transmise semble, en général, autant qu'il a été possible d'en juger par l'expérience, ne pas exercer d'influence importante sur le résultat. En tout cas, les différences provenant du degré de poli de l'intérieur des tubes sont bien plus importantes que celles qui peuvent résulter des variations dans la nature des substances dont ces tubes sont formés.

» Dans les expériences faites au moyen des tubes avec du coton-poudre, la masse sur laquelle on opérait a fait *explosion*, mais avec un effet relativement peu destructif, si même il l'était à un degré quelconque, des portions de coton-poudre étant en même temps dispersées ou quelquefois simplement enflammées. De même, l'explosion du fulminate de mercure au moyen d'une détonation transmise s'est faite, dans bien des cas, d'une manière tout à fait distincte de la violente détonation développée dans d'autres cas. Le fulminate d'argent qui, dans les circonstances ordinaires, détone toujours violemment, alors même qu'une seule particule de la masse est soumise à une influence perturbatrice suffisante, a fait explosion par l'action transmise d'une détonation de fulminate de mercure, sans produire les résultats destructifs habituels. Dans ces cas, la violence du choc était simplement voisine de celle qui est nécessaire au développement de la détonation, et il paraît fort probable que quelques faibles parties de la masse seulement se trouvaient dans la position favorable à l'action de la force explosive transmise par le tube; le reste de la masse était alors dispersé par les gaz résultant de la portion qui avait détoné; quelquefois les particules étaient enflammées, d'autres fois elles échappaient même à l'ignition. Ce dernier cas semble toujours être celui du coton-poudre, lorsque l'explosion en est

causée par un coup de marteau ou par la chute d'un poids. La concentration de la force appliquée sur quelque point de la masse paraît inévitable, même dans les expériences le plus soigneusement préparées; d'où il résulte qu'il n'y a qu'une faible portion de la masse qui détone réellement, le reste étant dispersé à l'instant par les gaz qui se développent, tout à coup, au moment où le poids atteint le support et vient reposer sur lui. Cela a été mis en évidence par une série d'expériences conduites avec le plus grand soin avec des masses cylindriques de coton-poudre comprimé, toutes de même poids et de mêmes dimensions, que l'on a placées entre des plaques de laiton polies, sur une enclume bien horizontale, et qu'on a soumises au choc d'un poids de $22^{kg},70$ maintenu horizontalement par des guides pendant qu'il tombait d'une hauteur déterminée. En faisant tomber le poids d'une hauteur de $0^{m},914$, les petits disques de coton-poudre ont été comprimés et réduits au tiers de leur longueur antérieure, mais il n'y a pas eu explosion : une chute de $1^{m},828$ n'a produit qu'une légère détonation, la plus grande partie du coton-poudre étant dispersée; en élevant beaucoup plus la hauteur de la chute, une partie un peu plus considérable de la substance a détoné; mais, même en laissant tomber le poids de la plus grande hauteur disponible, $11^{m},883$, il n'a détoné qu'une faible partie de coton-poudre, le reste étant violemment dispersé dans un état de grande division.

» Une série d'expériences a été faite avec des disques, ou des tablettes de coton-poudre comprimé, librement suspendus en l'air ou placés contre des supports verticaux en fer ou en bois. Ces disques, à surface plane, et sur lesquels on tirait avec une carabine à des distances de $36^{m},57$ à $91^{m},43$, ont fourni des exemples frappants de la manière dont les variations du choc reçu par la masse affectent les résultats obtenus; car, selon les circonstances, tantôt cette masse était perforée sans ignition, tantôt elle était enflammée, et tantôt elle faisait explosion en partie ou en totalité.

Les explosions produites dans ces expériences, ainsi que quelques-uns des résultats obtenus avec des tubes, sont tout à fait distincts de la détonation; l'effet sonore en est décidément différent, et il ne se produit pas des effets destructifs égaux à ceux fournis par de bien moindres quantités de coton-poudre. Une constatation importante de la différence qui existe entre l'explosion et la détonation a été obtenue dans le cours des expériences subséquentes, qui ont été faites en vue de déterminer la vitesse avec laquelle se transmet la détonation à travers les tubes. »

**PHYSIOLOGIE.** — *Sur l'emploi de l'oxygène mêlé à l'air atmosphérique dans la respiration.* Note de M. A. **Gaudin**.

« A propos des effets très-remarquables de la respiration de l'air atmosphérique enrichi de gaz oxygène, constatés par MM. Crocé-Spinelli et Sivel pendant leur dernière ascension aérostatique, je rappellerai que j'ai obtenu des résultats analogues, il y a déjà bien longtemps.

» Ce fut en 1832, à l'occasion de la grande épidémie du choléra. Un jeune médecin m'employa pour faire respirer aux cholériques de l'ambulance de la rue Grange-Batelière du gaz oxygène pur, afin d'aider à produire la réaction. Nous opérions sur des malades arrivés à la dernière période, et nous en sauvâmes quelques-uns par l'emploi de ce moyen.

» Aussitôt il vint à l'idée de M. Touzet de créer un établissement pour faire respirer l'air enrichi d'oxygène, *comme préservatif du choléra*, et il me chargea d'en prendre la direction.

» Dans l'intervalle, le choléra disparut, et l'on ne fit que quelques essais isolés à l'aide des appareils que j'avais montés.

» M. Touzet prépara un mélange, à parties égales, d'air atmosphérique et d'oxygène, extrait du peroxyde de manganèse, et le fit respirer à quelques personnes qui en éprouvèrent l'effet produit par le vin de Champagne.

» De mon côté, je fis à plusieurs reprises la même expérience sur moi-même à l'aide d'un ajutage bien approprié; et, chaque fois, j'obtins un résultat analogue, c'est-à-dire un bien-être extraordinaire, qui m'ôtait toute envie de respirer de nouveau, si bien que, en fermant la bouche et me pinçant le nez, je pouvais rester plus de cinq minutes sans éprouver la moindre sensation de suffocation.

» Rien ne serait plus facile que de répéter cette expérience pour en constater toute la portée; il pourrait en résulter une application très-importante pour le service des plongeurs employés dans la visite et le sauvetage des bâtiments, et surtout pour les pêcheurs d'éponges, de corail et de perles, si, à l'aide d'un moyen aussi simple, on pouvait largement tripler et quadrupler la durée du séjour des plongeurs dans la mer. »

ANTHROPOLOGIE PRÉHISTORIQUE. — *Sur une sépulture des anciens Troglodytes des Pyrénées, superposée à un foyer contenant des débris humains associés à des dents sculptées de Lion et d'Ours.* Note de MM. **L. Lartet** et **Chaplain-Duparc**, présentée par M. de Quatrefages.

« Vers les limites méridionales de la Chalosse et dans le voisinage du pays basque et du Béarn, les deux principaux affluents de l'Adour, le Gave de Pau et celui d'Oloron, isolent, avant de se rejoindre aux environs de Peyrehorade, un promontoire rocheux qui domine à la fois leurs deux vallées.

» Le redressement des couches nummulitiques, qui constituent ce relief, en rend les abords escarpés du côté du Gave d'Oloron, près du village de Sorde. C'est au pied de ces escarpements qu'un infatigable archéologue de Dax, M. Raymond Pottier, avait découvert, il y a deux ans, des traces de séjour de ces *chasseurs de Rennes*, dont les Pyrénées et le Périgord ont conservé de si intéressants vestiges.

» Dans un abri de 9 mètres de long sur 2 mètres de profondeur, resté ignoré jusqu'à ce jour, caché qu'il était sous un épais talus, nous avons trouvé à deux niveaux différents des débris humains associés à des outils de pierre et d'os dans des conditions curieuses qui nous paraissent mériter d'être soumises à l'appréciation de l'Académie.

» Sur le calcaire nummulitique, calciné et désagrégé, qui forme le sol de la grotte, gisait un squelette humain associé à des silex taillés ainsi qu'à une cinquantaine de canines d'Ours et de Lion, percées pour la plupart d'un trou de suspension. Une vingtaine de ces dents portaient, gravées au silex, des lignes ornementales dont on retrouve les analogues dans les stations préhistoriques de la Madelaine et de Laugerie, dans le Périgord. La plupart de ces dernières montraient, en outre, des traits paraissant figurer des flèches barbelées, signes qui semblent caractériser notre station; enfin quelques-unes de ces canines étaient délicatement sculptées et nous ont offert des représentations de Poissons et de Phoques.

» Tous ces objets étaient immédiatement recouverts par une couche noire de 60 centimètres à 1 mètre d'épaisseur, composée de cendres, de galets de rivière, d'ossements cassés de Bœuf, de Cheval, de Cerf et de Renne et de silex taillés suivant les types communément répandus dans les stations de la fin de l'âge du Renne en Périgord.

» Dans ce *foyer noir* se trouvaient divers instruments en os ainsi que des débris de flèches barbelées, semblables à celles des stations que nous ve-

nons de citer. On peut donc, sans hésitation, rapporter cette couche à l'*âge du Renne*.

» Nous en dirons autant de celle qui lui est immédiatement superposée et n'en est séparée que par une mince couche d'*Helix nemoralis*, indiquant l'abandon momentané de l'abri par les chasseurs de Rennes. Ce second foyer brun, de 60 à 75 centimètres d'épaisseur, renferme les mêmes ossements et les mêmes silex que le précédent, mais en bien plus petit nombre.

» Immédiatement au-dessus, et plus spécialement groupés vers l'encoignure septentrionale de l'abri, étaient entassés une trentaine de squelettes humains, remués, à la partie supérieure, par les Renards et les Blaireaux (qui ont depuis prolongé leurs terriers jusqu'au fond de cette cavité), mais conservant, vers la base de l'ossuaire, leurs relations articulaires.

» Des poinçons en os, rappelant par leurs formes ceux que l'on trouve dans les grottes pyrénéennes de l'*âge de la pierre polie*, des amulettes et des silex, étaient mêlés à ces débris humains. Quelques-uns de ces silex rappellent, par la perfection de leur taille, les belles lames du Danemark, des *longs barrows* de l'Angleterre et des dolmens. Deux d'entre eux portent des traces de polissage; et, ce qu'il y a de singulier, c'est que le plus beau, qui est à section triangulaire et a la forme d'un poignard, paraît avoir été poli avant de recevoir les retouches sinueuses qui lui donnent un aspect si élégant, comme si le polissage avait été pratiqué seulement dans le but de faciliter une taille plus parfaite.

» Un crâne de femme portait la trace d'une blessure comparable à celle reçue par la femme dont les débris ont été recueillis à Cro-Magnon. Nos squelettes de Sorde paraîtraient d'ailleurs, d'après l'examen qu'a pu en faire M. Hamy, au laboratoire d'Anthropologie du Muséum, se rattacher, par leurs principaux caractères, à la race de Cro-Magnon.

» Voilà donc une race humaine que nous trouvons dans le Périgord, associée au Mammouth, au Lion et au Renne, d'abord à l'âge des flèches d'os triangulaires (Cro-Magnon), puis à celle caractérisée par les flèches d'os barbelées et les représentations d'animaux (la Madeleine, Laugerie), et qui, après s'être montrée, à la base de notre abri de Sorde, en pleine phase artistique, comme à la Madeleine, se retrouve encore, vers la partie supérieure du même abri, avec des armes de silex, que leur taille perfectionnée et leur commencement de polissage font classer dans l'âge de la pierre polie.

» Aurions-nous rencontré ici le passage tant cherché dans nos régions,

de l'*âge de la pierre éclatée* à l'*âge de la pierre polie?* Cela n'est guère probable; mais ne devra-t-on pas conclure des faits qui précèdent que les perfectionnements industriels n'impliquent pas toujours des changements de races, et que l'étude isolée des restes humains, aussi bien que celle de leur outillage, ne suffisent point à établir une bonne classification chronologique de ces sortes de gisements?

» Il nous semble que si l'on veut apprécier sainement la succession des époques pour lesquelles nous font défaut les documents historiques, on devra retourner aux méthodes paléontologiques et continuer à compter le temps écoulé d'après les changements de faune qu'entraînent les changements de milieu. »

« M. DE QUATREFAGES ajoute qu'il a examiné à son tour avec grand soin les ossements humains recueillis par MM. Lartet et Chaplain. Ses appréciations ont été exactement semblables à celles de M. Hamy. Il est impossible de ne pas reconnaître, soit sur les têtes, soit sur les os des membres qui ont été conservés, la plupart des caractères les plus frappants dont le vieillard de Cro-Magnon présente l'exagération. La belle trouvaille de MM. Lartet et Chaplain ajoute donc un fait, et un fait des plus importants, à ceux dont MM. de Quatrefages et Hamy ont communiqué naguère le résumé à l'Académie, et elle vient à l'appui de toutes leurs conclusions. »

M. GOULIER adresse quelques observations à l'appui de sa Communication précédente « Sur des cadrans orométriques applicables aux baromètres de poche ».

« J'ai eu l'honneur de présenter, lundi dernier, à l'Académie, un baromètre de poche orométrique et un Mémoire relatif au tracé de son cadran et aux erreurs que son emploi comporte. Depuis dix ans j'étais en instance auprès de divers fabricants pour leur faire adopter ce mode de division du cadran. Or hier on m'a montré un cadran analogue usité en Angleterre, et tracé, paraît-il, sur les indications de l'amiral Fitzroy. Les divisions de ce dernier cadran correspondent à des lignes et à des pieds anglais. En traduisant ces indications en mesures métriques, je trouve, autant que la petitesse des divisions permet d'en juger, qu'il donne identiquement les mêmes résultats que le mien. Je suis heureux de signaler cette coïncidence, qui inspirera confiance dans les conventions que j'ai cru devoir adopter. »

Le P. Denza fait hommage à l'Académie d'une petite brochure relative aux observations des météores lumineux. Il accompagne son envoi des remarques suivantes :

« Cette brochure contient le programme adopté par l'Association italienne pour l'observation des étoiles filantes du 1er avril 1874 au 1er avril 1875.

» Un grand nombre d'observateurs volontaires, répartis dans dix-neuf villes différentes, se sont mis d'accord pour observer les météores lumineux *cinq* fois par mois, mais seulement pendant trois heures chaque fois, soit de 9 heures du soir à minuit, soit de minuit à 3 heures du matin.

» Plus de *dix mille* observations ont ainsi été faites l'année dernière, et un grand nombre d'essaims nouveaux ont été découverts.

» Les travaux de cette Association sont dirigés par le P. Denza et par M. Schiaparelli, et publiés dans l'*Annuaire de Milan*. L'exposé fait ressortir que la France paraît vouloir se joindre à l'Italie pour ces observations simultanées; l'Ecole Normale de Barcelonnette a, en effet, observé suivant la méthode italienne et apporté un très-utile contingent au fonds commun. »

M. Bulard adresse une Communication sur les tremblements de terre qui se sont fait sentir à Alger le 28 mars 1874 et dans le courant du mois d'avril.

L'auteur fait remarquer que, dans la Note des *Comptes rendus*, relative aux secousses qui se sont produites à Alger le 28 mars, on s'est peu préoccupé de l'heure, bien que ce soit un des éléments les plus importants; l'heure permet en effet de déterminer la vitesse de propagation de l'onde d'un point à un autre. Or, le 28, à 10 heures du matin, l'horloge de la mosquée d'Alger avançait sur le temps moyen de 5 minutes 10 secondes; les heures indiquées ont donc besoin d'être corrigées de cette quantité. De même les durées sont exagérées.

De nouvelles secousses se sont fait sentir à Alger, le 11 avril à minuit, le 13 à 11 heures du matin et à 2 heures de l'après-midi, et le 15 à 1 heure du matin.

Le 11, une heure après le tremblement de terre ressenti à Alger, une secousse se produisait à Schaffhausen, et elle coïncidait avec un minimum barométrique observé à Alger.

M. Paulet adresse une Note dans laquelle il rappelle un texte établissant que, contrairement à l'opinion généralement adoptée qui attribue à

l'Anglais Kyan la première application, vers 1820, du bichlorure de mercure à la conservation des bois, le chimiste français Homberg avait déjà fait usage de ce procédé en 1705. On demandait alors à Homberg si le soufrage de l'eau, dans les voyages de long cours, ne préviendrait pas la décomposition de celle-ci, de même qu'il prévient les altérations du vin. Le savant académicien répond notamment que le soufre ajoute au vin un nouvel acide, « mais que cela ne pouvait avoir lieu pour l'eau qui ne » se gâte que par quelques matières étrangères qui y sont mêlées et qui » fermentent, ou que par des œufs de vers qui éclosent, soit que ces œufs » fussent dans l'eau même ou dans le bois des vaisseaux. Il faudrait » pour ce dernier cas une matière qui les empêchât d'éclore, sans gâter » l'eau.

» A cette occasion, M. Homberg ajouta que, une personne de qualité, » de Provence, ne sachant comment faire pour avoir du parquet que les » vers ne lui mangeassent pas en peu d'années, ainsi qu'il arrive en ce » pays-là, il lui avait conseillé de tremper son parquet dans de l'eau où » l'on aurait mêlé du sublimé corrosif, *ce qui avait très-bien réussi.* » (*Histoire de l'Académie*, volume de 1705, p. 38.)

M. F. **Proth** adresse une Lettre sur une nouvelle méthode de calcul; mais, comme il n'indique pas son procédé, l'Académie ne peut pas tenir compte de sa communication.

A 6 heures, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 6 heures et demie. É. D. B.

---

**BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.**

Ouvrages reçus dans la séance du 20 avril 1874.

(suite.)

*Traité d'Analyse chimique à l'aide de liqueurs titrées; par le* Dr F. Mohr; 2e édition française traduite sur la 4e édition allemande par C. Forthomme; fascicule 2. Paris, F. Savy, 1874; in-8°.

*Les Merveilles de l'Industrie; par* L. Figuier; 12e série : *Le sucre et la betterave.* Paris, Furne, Jouvet et Cie, 1874; grand in-8°, illustré.

*Notice sur un cas de formation de fulgurites et sur la présence d'autres fulgurites dans le sol de la Néerlande; par* M. P. HARTING. Amsterdam, Van der Post, 1874; in-4°.

*La fréquence des variations de couleurs des étoiles dans la scintillation est généralement en rapport avec la constitution de leur lumière d'après l'analyse spectrale; par* M. Ch. MONTIGNY. Bruxelles, F. Hayez, 1874; opuscule in-8°.

*Exploration géologique du Canada.* Alfred-R.-C. SELWYN, directeur : *Rapport des opérations de* 1870-1871. Ottawa, imp. J.-B. Taylor, 1873; in-8°.

*Illustrated Catalogue of the Museum of comparative Zoology, at Harvard College;* n° VII : *Revision of the Echini; by* Alexander AGASSIZ; part III, texte et planches. University press, Cambridge, 1873; in-4°. (Présenté par M. Milne Edwards.)

*Royal Institution of Great-Britain* 1873. *List of the members, officiers and professors, etc.* London, 1873; in-8°.

*Proceedings of the Royal Institution of Great-Britain;* vol. VIII, part 1, 2. London, 1873-1874; 2 n$^{os}$ in-8°.

*Journal of the chemical Society;* ser. 2, vol. XI, november-december 1873. London, J. van Voorst, 1873; in-8°.

*Verhandlungen der naturforschenden Gesellschaft in Basel;* schester Theil, erstes Heft. Basel, 1874; in-8°.

*Jahrbuch uber die Fortschritte der Mathematik, etc.;* Jahrgang 1871. Berlin, G. Beimer, 1874; in-8°.

*Beiträge zur geologischen Karte der Schweiz, etc.;* zenhte Lieferung. Bern, in Commission bei J. Dalp, 1874; in-4°, avec atlas.

*Ueber den taaglichen Gang der Temperatur in Bern;* von A. WEILENMANN. Bern, sans date; br. in-4°.

OUVRAGES REÇUS DANS LA SÉANCE DU 27 AVRIL 1874.

*Bulletins et Mémoires de la Société médicale des hôpitaux de Paris;* t. X, 2$^{e}$ série, année 1873. Paris, P. Asselin, 1874; 1 vol. in-8°.

*Traité de Botanique conforme à l'état présent de la science; par* J. SACHS, traduit sur la 3$^{e}$ édition allemande et annoté par Ph. VAN TIEGHEM; fascicules 6, 7. Paris, F. Savy, 1873; in-8°.

*Aigues-Mortes. Son passé, son présent, son avenir. Essai géologique et historique; par* M. Ch. MARTINS. Paris, J. Claye, 1874; br. in-8°. (Extrait de la *Revue des Deux Mondes.*)

*Vues nouvelles sur le choléra (cause, nature et traitement), avec une étude sur les injections faites dans les veines; par* A. NETTER. Paris, Berger-Levrault et Cie, J.-B. Baillière, 1874; in-8°. (Renvoi au Concours Bréant, 1874.)

*Maladies des chanteurs; par* le Dr KRISHABER. Paris, G. Masson et P. Asselin, sans date; br. in-8°. (Extrait du *Dictionnaire encyclopédique des Sciences médicales.*)

*Pathologie comparée. De l'ostéomalacie chez l'homme et les animaux domestiques; par* P. BOULEY. Paris, P. Asselin, 1874; br. in-8°.

*Essai sur l'interprétation en Géométrie analytique des solutions imaginaires des équations; par* A. TREMEAU. Verdun, imp. Ch. Laurent, 1872; br. in-8°. (Extrait des *Mémoires de la Société philomathique.*)

*Recherche toxicologique du phosphore; par* M. J. LEFORT. Paris, imp. Martinet, 1874; br. in-8°.

*Étiologie du typhus exanthématique. Rôle des encombrements, un mot du choléra; par* le Dr Ch. PIGEON (de la Nièvre); 2e édition. Paris, Baillière et fils; Nevers, Michot, 1874; br. in-8°.

*Transactions of the national Association for the promotion of social science Norwich;* meeting 1873. London, Longmans, 1874; in-8°, relié.

*First, second, and third annual Reports of the United-States geological Survey of the territories for the years* 1867, 1868 *and* 1869, *under the department of the interior.* Washington, Government printing Office, 1873; in-8°, relié.

*Miscellaneous publications;* n° 1 : *Lists of elevations in that portion of the United-States west of the Mississipi river.* Washington, Government printing Office, 1873; in-8°.

( A suivre. )

---

## *ERRATA.*

(Séance du 20 avril 1874.)

Page 1109, ligne 28, *au lieu de* 100 grammes d'eau distillée, *lisez* 1000 grammes l'eau distillée.